



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *INP Toulouse*
Discipline ou spécialité : *Génie Mécanique*

Présentée et soutenue par *Marina FAZZINI*
Le 01 décembre 2009

Titre : *DÉVELOPPEMENT DE MÉTHODES D'INTÉGRATION DES MESURES DE CHAMPS*

JURY

Fabrice BREMAND
Bertrand WATTRISSE
Michel GREDIAC
Michel BORNERT
Laurent ROBERT
Moussa KARAMA
Olivier DALVERNY
Sébastien MISTOU

Professeur des Universités, Université Poitiers
Professeur des Universités, Université Montpellier 2
Professeur des Universités, Université Blaise Pascal
Enseignant Chercheur, École des Ponts ParisTech
Maître Assistant, EMAC
Professeur des Universités, ENIT
Maître de conférences, ENIT
Maître de conférences, ENIT

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur
Co-Encadrant de thèse
Directeur de thèse

Catherine BOSQUET
Christophe LIGU

Ingénieur EADS France
Ingénieur Airbus France

Invitée
Invité

Ecole doctorale : *Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)*
Unité de recherche : *Laboratoire Génie de Production de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes*
Directeur de Thèse : *Sébastien MISTOU*

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein de l'équipe Mécanique des Matériaux, des Structures et des Procédés (M2SP) du Laboratoire Génie de Production (LGP) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des membres de mon jury pour leurs remarques pertinentes et leurs questions constructives. Un grand merci à Michel Grédiac (Professeur des Universités, Université Blaise Pascal) d'avoir présidé ce jury, Fabrice Brémand (Professeur des Universités, Université Poitiers) et Bertrand Wattrisse (Professeur des Universités, Université Montpellier 2) d'avoir accepté de rapporter mon mémoire de thèse (dans un délai très court). Je souhaiterais exprimer toute ma reconnaissance à Laurent Robert (Maître Assistant, EMAC) et Catherine Bosquet (EADS IW) pour leur collaboration tout au long de ces 3 années et pour leurs conseils. Je remercie également Michel Bornert (Enseignant Chercheur, École des Ponts ParisTech), Moussa Karama (Professeur des Universités, ENIT) et Christophe Ligu (Airbus France) d'avoir participé à ce jury.

Je remercie mes « chefs », Sébastien Mistou et Olivier Dalverny de m'avoir permis de mener à bien ce travail et de m'avoir soutenue. J'ai beaucoup apprécié leur gentillesse, leur disponibilité, leur implication et leurs qualités humaines tout au long de ces années. Merci de m'avoir accueillie « à l'autre bout de la France ».

Je souhaiterais remercier l'ensemble des personnes de l'ENIT et du laboratoire LGP qui ont participé de près ou de loin à ce travail de thèse et sans qui tout cela n'aurait pas été possible. Je remercie également les différentes personnes d'Airbus qui ont pu prendre part à ce projet et notamment Gilles Marin.

Une pensée particulière aux fragueurs (Valou, Zalux, Platucho, Pivert, Kreyket, Polo, Witwit, Callaghan, Bisounours Killer et Noufy) pour les bons moments passés sur Oasis ou Adlernest, aux copines (Roberta, Frédé, Cécile, Marie, Clélia et Céline) pour les soirées filles, à l'équipe du CRC (Laurence, Céline, Toufik et Romain) pour les pauses café, à Makram et tous les autres qui ont rendu mon travail plus agréable.

Enfin, je remercie ma famille et plus particulièrement mes parents pour leur soutien sans faille et Valentin pour sa présence, son aide et son infinie patience.

Table des matières

Introduction	21
1 Méthodes optiques	25
1.1 Introduction	26
1.2 Revue des techniques de mesure de champs existantes	26
1.2.1 Mesures surfaciques	26
1.2.2 Mesures surfaciques et hors-plan	28
1.2.3 Mesures volumiques	29
1.2.4 Conclusion	30
1.3 Corrélation d'images	30
1.3.1 Codage de la surface	31
1.3.2 Fonction de forme	32
1.3.3 Coefficient de corrélation	33
1.3.4 Interpolation des niveaux de gris	34
1.3.5 Algorithmes d'optimisation	35
1.3.6 Calcul des déformations	36
1.3.7 Conclusion	38
1.4 Stéréo-corrélation d'images	38
1.4.1 Modélisation d'une caméra et d'un capteur de stéréovision	38
1.4.2 Mesure de forme 3D par stéréovision	42
1.4.3 Mesure 3D de champs de déplacements	46
1.4.4 Applications de la Stéréo-corrélation d'images	47
1.5 Conclusion	50

2	Caractérisation du système de corrélation d'images 2D	51
2.1	Introduction	52
2.2	Méthodes d'évaluation et d'analyse des résultats	52
2.3	Transformation mécanique	54
2.3.1	Traction/compression	54
2.3.2	Cisaillement	62
2.3.3	Translation pure	64
2.4	Paramètres logiciel	68
2.4.1	Taille de fenêtre de corrélation	68
2.4.2	Mode de calcul (Step / Total)	69
2.5	Paramètres de l'image	71
2.5.1	Taille du mouchetis	71
2.5.2	Bruit	73
2.5.3	Saturation	75
2.5.4	Codage	77
2.6	Conclusion	78
3	Caractérisation du système de stéréo-corrélation d'images	81
3.1	Introduction	82
3.2	Reconstruction 3D - Géométrie stéréoscopique	82
3.2.1	Protocole expérimental	82
3.2.2	Influence des paramètres de position des caméras	86
3.2.3	Influence de la taille de fenêtre de corrélation	90
3.3	Stéréo-corrélation	95
3.3.1	Protocole expérimental	96
3.3.2	Traction/compression	98
3.3.3	Translation pure	107
3.4	Outil logiciel	109
3.4.1	Analyse d'images	109

3.4.2	Préparation d'essais	112
3.5	Conclusion	113
4	Identification à partir des mesures de champs	115
4.1	Introduction	116
4.2	Le problème d'identification	116
4.3	Revue des méthodes d'identification existantes	117
4.3.1	Méthodes itératives	118
4.3.2	Méthodes non itératives	119
4.3.3	Synthèse	120
4.4	Méthode des champs virtuels	120
4.4.1	Principe	120
4.4.2	Application	122
4.5	Méthode de recalage de modèles éléments finis	126
4.5.1	Principe	126
4.5.2	Définition de la fonction coût	127
4.5.3	Méthodes de résolution	128
4.5.4	Application	134
4.6	Conclusion	142
	Conclusion	145

Table des figures

1	Exemple d'image synthétique	23
2	Exemple de déplacements mesurés par stéréo-corrélation d'images numériques	24
1.1	Zones d'étude sur une image de référence et sur une image « déformée » . .	31
1.2	Présentation de deux types de mouchetis	31
1.3	Choix possibles des points voisins	36
1.4	Élément de référence dans le cas d'un quadrilatère à 4 nœuds	37
1.5	Modèle géométrique d'une caméra	39
1.6	Référentiels tridimensionnels d'un capteur de stéréovision	41
1.7	Principe stéréoscopique	42
1.8	Droite épipolaire	43
1.9	Calibrage avec le système Aramis [Ara 06]	44
1.10	Calibrage d'un capteur de stéréovision	45
1.11	Détermination du champ de déplacements 3D par stéréo-corrélation	46
1.12	Champ de déformations sur un élastomères à 200% de déformation [Fazzini 07a]	48
1.13	Cisaillement mesuré par stéréo-corrélation sur une éprouvette en carbone/epoxy lors d'un essai Iosipescu [Cazajus 06]	48
1.14	Champ de déplacement lors d'un usinage à grande vitesse (1s) [Fazzini 07b, Wehbe 07]	49
2.1	Exemple d'image synthétique (a), et histogramme de niveaux de gris (b) et fonction d'autocorrélation (c) correspondant	52
2.2	Exemples d'images synthétiques : référence (a) et déformée ($p=260$ pixels, (b) $\alpha=0.02$, (c) $\alpha=0.1$) et leur champ de déplacement suivant x correspon- dant	54

2.3	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels.	56
2.4	Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$ en fonction de la déformation.	57
2.5	$RMS(U)$, $\sigma(U)$ et \overline{U} en fonction de la période p	57
2.6	$RMS(V)$ en fonction de p pour tous les paramètres fixés à leur valeur initiale	58
2.7	$RMS(\varepsilon^T)$ et le $RMS(\varepsilon^G)$ en fonction de la période p calculées à partir du calcul exact (a), des différences finies centrées (b).	59
2.8	$RMS(U)$ (a), moyenne $\overline{\Delta U}$ (b) et écart-type $\sigma(U)$ (c) en fonction du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$	60
2.9	$RMS(U)$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud ² U (c), Vue plan dUd ² U (d).	61
2.10	$RMS(\varepsilon)$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud ² U (c), Vue plan dUd ² U (d).	63
2.11	Exemples d'images synthétiques : référence (a) et déformée (b) $p=130$ pixels, $\alpha=0.02$	64
2.12	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour les images en cisaillement	64
2.13	Erreur systématique dans les directions U et V pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et dans la direction U pour différentes tailles de fenêtre (b)	65
2.14	Erreur aléatoire pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b)	66
2.15	Erreur systématique pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b) sur les images de la seconde série	67
2.16	Erreur aléatoire pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b) sur les images de la seconde série . . .	67
2.17	Évolution de l'erreur systématique (a) et de l'erreur aléatoire (b) pour les deux séries d'images en translation pure pour une fenêtre de 16 pixels . . .	68
2.18	$RMS(U)$ en fonction de p avec une taille de fenêtre variable ((a) : tous les α , (b) : $\alpha = 0.01$)	69

2.19	$RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de p avec une taille de fenêtre variable ((a) : tous les α , (b) : $\alpha = 0.01$)	69
2.20	Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$	70
2.21	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour un calcul en « step » et un calcul en « total »	70
2.22	Présentation des trois tailles de mouchetis utilisées	71
2.23	Fonction d'autocorrélation (a) et histogramme de niveaux de gris (b) . . .	72
2.24	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour une taille de mouchetis variable.	73
2.25	Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la taille du mouchetis avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour toutes les tailles de fenêtre (b).	73
2.26	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour un bruit blanc gaussien variable	74
2.27	Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction du bruit avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour toutes les tailles de fenêtre (b). . . .	74
2.28	Présentation de l'image de référence (c) (x1) et des images saturées ((a) (x4) et (b) (x2)) ainsi que des histogrammes de niveaux de gris correspondants	75
2.29	Évolution de $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p obtenus avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels pour les images saturées.	76
2.30	Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la saturation pour toutes les tailles de fenêtre.	76
2.31	Images codées en 2 bits (a), 4 bits (b), 6 bits (c) et 8 bits (d) et histogrammes de niveaux de gris correspondants	77
2.32	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p obtenus avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels pour les images en 4, 6 et 8 bits	77
2.33	Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction du codage de l'image pour toutes les tailles de fenêtre.	78
3.1	Paramètres de position des caméras	83
3.2	Images de gauche et de droite et reconstruction 3D du cylindre avec une base de 400 mm et une distance à l'objet de 700 mm	83

3.3	Numérisations avec Atos (a) écart par rapport au rayon calculé (b) écart par rapport au rayon 25 mm	84
3.4	Écart entre numérisation par projection de franges et reconstruction par stéréovision	86
3.5	Écart entre reconstruction par stéréovision et cylindre de rayon 25 mm en fenêtre 16 pixels (a) base 400 mm, distance 700 mm (b) base 200 mm, distance 500 mm	86
3.6	Zones d'étude (a) ensemble des points (b) zone Z1	87
3.7	Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 16 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone Z1 de 10×10 mm	88
3.8	Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de l'angle entre les caméras en fenêtre 16 pixels, (a) (b) (c) sur la zone Z1 de 10×10 mm (d) (e) (f) sur la surface totale	89
3.9	Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 22 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone Z1 de 10×10 mm	93
3.10	Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 32 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone Z1 de 10×10 mm	94
3.11	Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de l'angle entre les caméras en fenêtre 16, 22 et 32 pixels, (a) (b) (c) sur la zone Z1 de 10×10 mm (d) (e) (f) sur la surface totale	95
3.12	Configuration d'essai	96
3.13	Images de l'essai utilisant un écran d'ordinateur et champ de déplacement correspondant	97
3.14	$RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels.	99
3.15	$RMS(U)$ en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 10 pixels (a), 16 pixels (b), 22 pixels (c) et 32 pixels(d).	100
3.16	$RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 10 pixels (a), 16 pixels (b), 22 pixels (c) et 32 pixels(d).	101

3.17 Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$ en fonction de la configuration d'essai (a) et en fonction de la taille de fenêtre (b).	102
3.18 $RMS(U)$ en fonction de la période pour les quatre amplitudes de déforma- tion α avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels.	102
3.19 Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de l'amplitude de déforma- tion α	103
3.20 $RMS(\varepsilon)$ en fonction de la période pour les quatre amplitudes de déforma- tion α	103
3.21 Valeurs asymptotiques du $RMS(\varepsilon)$ en fonction de l'amplitude de déforma- tion α	104
3.22 $(U_{mes} - U_{th})$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$ pour chaque centre de fenêtre de corrélation de 16×16 pixels. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud ² U (c), Vue plan dUd ² U (d).	105
3.23 $(U_{mes} - U_{th}) / U_{th}$ en fonction du déplacement U du gradient du déplace- ment $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$ pour chaque centre de fenêtre de corrélation de 16×16 pixels. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud ² U (c), Vue plan dUd ² U (d).	106
3.24 Erreur systématique (a) et erreur aléatoire (b) dans le cas du traitement 2D avec des images synthétiques et du traitement en stéréo-corrélation pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels	107
3.25 Erreur systématique (a) et erreur aléatoire (b) pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels et de 32 pixels	108
3.26 Menu principal et sous-menus	109
3.27 Image synthétique de 50×50 pixels et cartographie d'autocorrélation cor- respondante	110
3.28 Fonction d'autocorrélation (a) et répartition des tailles des taches (b). . . .	110
3.29 Histogramme des niveaux de gris (a) et répartition des niveaux de gris (b). .	111
3.30 Forme moyenne des taches (a) et compte rendu (b).	111
3.31 Rapport de définition de l'essai	112
4.1 Formulation générale du problème direct de simulation par éléments finis [Kleinermann 00]	117

4.2	Formulation générale du problème inverse d'identification paramétrique [Kleiner mann 00]	117
4.3	Schéma de l'éprouvette, (a) dimensions en mm, (b) conditions aux limites adoptées pour le problème	123
4.4	Essai de traction simple dans la direction y sur une éprouvette en aluminium 2024 T4	125
4.5	Organigramme du problème d'identification des paramètres constitutifs, basé sur un algorithme de Levenberg-Marquardt	135
4.6	Géométrie et conditions aux limites du modèle de l'essai	136
4.7	Exemple d'évolutions des paramètres E (a) et ν (b) et du résidu (c) au cours du processus d'identification pour trois jeux de paramètres initiaux différents	138
4.8	Champs de déplacements dans les direction x et y obtenus expérimentalement (a et b) et par calcul éléments finis (c et d)	139
4.9	Courbe contrainte déformation expérimentale de l'aluminium 2024 T4 et modèle de Ramberg-Osgood par identification homogène du modèle analytique	140
4.10	Évolution en fonction des itérations de la fonction coût et des paramètres identifiés, a) deux paramètres variables, b) trois paramètres variables. La correspondance des étiquettes de paramètre est : $\sigma_0 \rightarrow Y_stress$, $n \rightarrow n_exp$, $\alpha \rightarrow Y_offset$	141
4.11	Présentation des différentes courbes contrainte déformation construites à partir du modèle de Ramberg-Osgood dont les paramètres ont été identifiés pour l'aluminium 2024 T4	142

Liste des tableaux

2.1	Répartition de la déformation maximale dans les images	55
2.2	Répartition du déplacement dans les images	65
2.3	Répartition du déplacement dans les images de la seconde série	66
2.4	Répartition de la déformation dans les images pour différentes valeurs de p et α	72
3.1	Résultats des essais en fenêtre 16 pixels	85
3.2	Résultats des essais en fenêtre 22 pixels	91
3.3	Résultats des essais en fenêtre 32 pixels	92
3.4	Répartition de la déformation dans les images	98
3.5	Répartition du déplacement dans les images	107
4.1	Résultats d'identification des paramètres élastiques de l'aluminium 2024 T4 avec la méthode des champs virtuels	126
4.2	Résultats de l'identification des paramètres élastiques de l'aluminium 2024 T4 avec la méthode de recalage éléments finis	138
4.3	Synthèse des résultats issus de l'identification des paramètres du modèle de plasticité de Ramberg-Osgood	142

Table des notations

Chapitre 1 : Méthodes optiques

F	tenseur des gradients de déplacement
ε	tenseur des petites déformations
E	tenseur de Green-Lagrange
D	fenêtre de corrélation
Φ_M	transformation mécanique
Φ	fonction de forme
$f(\underline{x})$	fonction de niveau de gris dans l'image de référence
$g(\underline{X})$	fonction de niveau de gris dans l'image déformée
$\Psi(\underline{x})$	déplacement au point \underline{x}
$C(\Phi)$	coefficient de corrélation
a_i	paramètres de la fonction de forme
f	distance focale de la caméra
k_u	facteur d'échelle vertical
k_v	facteur d'échelle horizontal
K	paramètres intrinsèques d'une caméra
T	paramètres extrinsèques d'une caméra
(x, y, z)	coordonnées de Lagrange
(X, Y, Z)	coordonnées d'Euler

Chapitre 2 : Caractérisation du système de corrélation d'images 2D

D	fenêtre de corrélation
-----	------------------------

RMS	Root Mean Square Error ou erreur type
σ	écart-type correspondant à l'erreur aléatoire
$\overline{\Delta X}$	moyenne des erreurs correspondant à l'erreur systématique
p	période
a	amplitude du déplacement
α	amplitude de la déformation, rapport de l'amplitude du déplacement sur la période ($\alpha = \frac{a}{p}$)
r	rayon d'autocorrélation
k_a	valeur asymptotique de $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$
λ	allongement
f	numéro de l'image
U	déplacement imposé dans la direction x
$U_{,x}$	déformation imposée suivant x
$U_{,xx}$	gradient de déformation

Chapitre 3 : Caractérisation du système de stéréo-corrélation d'images

D	fenêtre de corrélation
RMS	Root Mean Square Error ou erreur type
σ	écart-type correspondant à l'erreur aléatoire
$\overline{\Delta X}$	moyenne des erreurs correspondant à l'erreur systématique
$Z1$	zone de 10×10 mm
R_g	repère associé à la caméra de gauche
R_m	repère associé à l'écran
p	période
a	amplitude du déplacement
α	amplitude de la déformation, rapport de l'amplitude du déplacement sur la période ($\alpha = \frac{a}{p}$)
f	numéro de l'image
U	déplacement imposé dans la direction x
$U_{,x}$	déformation imposée suivant x
$U_{,xx}$	gradient de déformation

Chapitre 4 : Identification à partir des mesures de champs

\underline{p}	jeu de paramètres
d	grandeurs calculées par les simulations éléments finis
d^{exp}	mesures expérimentales
J	fonctionnelle coût
$E(u, \sigma, C)$	écart en relation de comportement
C	tenseur d'élasticité recherché
ε	tenseur des petites déformations
σ	tenseur des contraintes de Cauchy
ζ	espaces de déplacements cinématiquement admissibles
S	espaces de contraintes statiquement admissibles
v	volume
$\underline{T}(M)$	chargement en tout point M
S_f	surface sollicitée
$\underline{\underline{\varepsilon}}^*$	champ des déformations virtuelles
\underline{u}^*	déplacements virtuels cinématiquement admissibles
δ_{ij}	symbole de Kronecker
N	nombre d'inconnues à déterminer
s^i	surface d'un pixel
S_T	surface totale de mesure
F	effort appliqué
L	longueur de l'éprouvette
E	module de Young
ν	coefficient de Poisson
u_{exp}	vecteur des résultats expérimentaux
u_{EF}	vecteur des valeurs correspondantes obtenues par simulation
ω_i	poids attribué au $i^{\text{ème}}$ point expérimental
$\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i$	somme des termes de ce vecteur poids
E_i	erreurs expérimentales
g^k	direction de descente au pas k

H	hessien
S^{k+1}	approximation de (H^{-1})
I	matrice identité
A	matrice de sensibilité
λ	scalaire
e_j	vecteur unitaire le long de la direction j
η	précision d'évaluation des réponses
u_{num}	interpolation linéaire de u_{EF}
V	vecteur écart
σ_p	contrainte test
p	déformation plastique
n	exposant traduisant l'écrouissage du matériau
α	Yield offset
σ_0	limite élastique

Introduction

L'émergence des méthodes optiques dimensionnelles a amené de nouvelles approches et de nouvelles perspectives en mécanique expérimentale des solides. Ces systèmes de mesure se distinguent très clairement des systèmes classiques de type jauges de déformations, extensomètres et capteurs de déplacement. Les systèmes classiques mesurent des informations ponctuelles, locales, sont directement en contact avec la structure mais bénéficient d'une standardisation qui leur permet d'avoir la faveur de l'industriel. Les systèmes basés sur les méthodes optiques, et notamment par stéréo-corrélation d'images numériques, offrent des mesures de champs, sans contact avec la structure. En effet, ces techniques permettent d'accéder aux déplacements tridimensionnels et aux déformations en tout point de la surface de la structure évaluée. Ces nouveaux moyens de mesure, de part la grande richesse des informations (aspects qualitatifs et quantitatifs) qu'ils délivrent, renouvellent de très nombreux aspects de la mécanique expérimentale et ont la faveur du chercheur pour compléter ou supplanter les systèmes classiques.

La mise en œuvre de ces nouvelles techniques de mesure de champs et leur impact sur la mécanique expérimentale des solides est un axe de développement en pleine expansion, les objectifs sont :

- la maîtrise de l'utilisation et de l'exploitation des techniques de mesure de champs ;
- l'observation des champs de mesures pour valider les essais mécaniques et les modèles ;
- l'utilisation des champs de mesures pour identifier des lois de comportement.

L'équipe Mécanique des Matériaux, des Structures et des Procédés du Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes met en œuvre depuis dix ans des mesures de champs cinématiques sans contact par stéréo-corrélation d'images numériques pour l'identification de lois de comportement, la caractérisation expérimentale des montages d'essais et la validation de modèles éléments finis. Les travaux menés au sein de EADS-IW vont dans le même sens avec un intérêt d'industrialisation de ces techniques plus affirmé. Aujourd'hui, à travers son implication dans cette étude, la volonté d'Airbus

est d'intégrer ces nouvelles techniques de mesures. Cependant cette intégration passe par une meilleure compréhension et une plus grande maîtrise en terme d'utilisation des systèmes de mesures et également en terme d'exploitation des résultats. L'étude présentée contribue d'une part à l'amélioration de la compréhension par la caractérisation de la corrélation et de la stéréo-corrélation d'images numériques ce qui permet de proposer des pratiques d'utilisation de ces systèmes optiques et d'autre part à l'amélioration de l'exploitation des résultats notamment à travers l'identification du comportement des structures à partir de mesures de champs.

Ce mémoire s'organise en quatre chapitres :

– *Chapitre 1 - Méthodes optiques :*

Nous présentons dans ce chapitre les méthodes de mesures de champs les plus fréquemment utilisées, qu'il s'agisse de mesures surfaciques, ou de mesures surfaciques et hors-plan ou de mesures volumiques. La technique de mesure qui est l'objet de cette étude étant la stéréo-corrélation d'images numériques, nous présentons une description plus détaillée des notions et techniques optiques, mathématiques, informatiques et de traitement du signal utilisées en corrélation et stéréo-corrélation. Cette description est suivie de quelques exemples d'applications et notamment d'études réalisées au Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes.

– *Chapitre 2 - Caractérisation du système de corrélation d'images 2D :*

La mesure de champs cinématiques par stéréo-corrélation d'images est une méthode faisant appel à la fois à la technique de corrélation d'images 2D et à la stéréovision. Une bonne compréhension et une bonne utilisation d'un logiciel de stéréo-corrélation d'images passe donc par la maîtrise de ces deux techniques. C'est pourquoi des travaux sont réalisés dans ce chapitre afin de mieux comprendre et de caractériser le système de corrélation d'images.

Une étude de sensibilité sur différents paramètres est menée en effectuant des calculs de corrélation d'images avec Aramis 2D sur des images synthétiques de 512×512 pixels (figure 1) permettant ainsi de mieux maîtriser les différents paramètres liés aux images

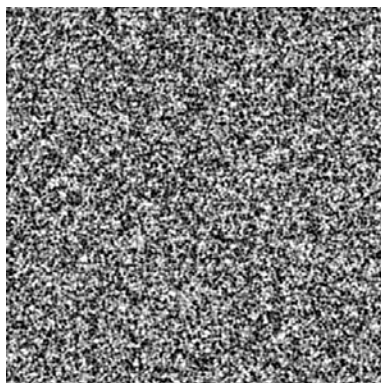


FIG. 1 – Exemple d'image synthétique

(taille du mouchetis, luminosité, contraste, ...), au logiciel (taille de la fenêtre de corrélation, ...) ou à la transformation mécanique (déformation, gradient de déformation, ...). L'analyse globale et locale des résultats, en terme de déplacement et de déformation, est basée sur l'évaluation de l'erreur RMS, de la moyenne et de l'écart-type ce qui permet de différencier l'erreur systématique de l'erreur aléatoire. Cette étude est basée sur la méthodologie utilisée dans le cadre des travaux de même nature du Groupe de Recherche CNRS 2519 « Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides ».

– *Chapitre 3 - Caractérisation du système de stéréo-corrélation d'images :*

Ce chapitre est centré sur la partie stéréovision du système de stéréo-corrélation d'images. L'utilisation d'images réelles nous permet dans un premier temps de caractériser la reconstruction 3D du logiciel Aramis à partir de l'évaluation de l'erreur de reconstruction stéréoscopique d'un objet étalon en fonction de la distance entre les caméras et de la distance entre les caméras et l'objet. Cette étude a aussi pour but de déterminer la configuration optimale du système stéréoscopique. Puis, le système de stéréo-corrélation d'images est évalué dans son ensemble en extrapolant la méthodologie adoptée lors de l'étude en corrélation d'images. En effet, une étude similaire à l'étude réalisée en 2D est effectuée par la prise d'images stéréoscopiques réelles, par le biais de caméras numériques. L'objet mesuré dans ce cas est un plan sur lequel défilent des mouchetis parfaits subissant une transformation connue (figure 2).

Cette étude permet de mettre en avant l'influence de certains paramètres, mais également de comparer les deux systèmes (corrélation et stéréo-corrélation) en utilisant les mêmes

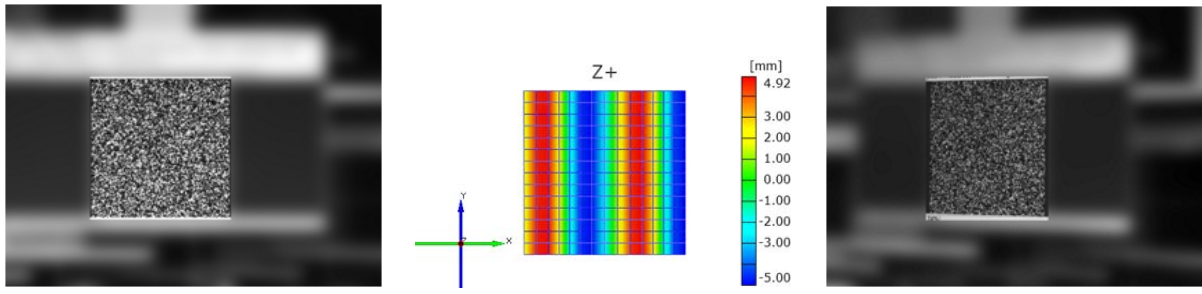


FIG. 2 – Exemple de déplacements mesurés par stéréo-corrélation d’images numériques

images réelles dans les deux cas. Les conclusions de ces différentes études permettent de mieux appréhender le système de stéréo-corrélation d’images numériques et sont à la base du développement de l’outil logiciel réalisé à l’aide de Scilab, outil d’aide à l’expérience présenté à la fin de ce chapitre.

– *Chapitre 4 : Identification à partir des mesures de champs :*

De nombreuses méthodes d’identification paramétrique ont été récemment développées dans le but d’utiliser au mieux l’ensemble des informations obtenues lors des mesures de champs. Un tour d’horizon des techniques d’identification nous a permis de retenir deux méthodes particulièrement adaptées à l’identification de lois de comportement : la méthode des champs virtuels et l’identification paramétrique par recalage de modèles éléments finis. Une application est présentée afin de déterminer les avantages de ces deux méthodes, mais également leurs limites.

Chapitre 1

Méthodes optiques

Sommaire

1.1	Introduction	26
1.2	Revue des techniques de mesure de champs existantes	26
1.2.1	Mesures surfaciques	26
1.2.2	Mesures surfaciques et hors-plan	28
1.2.3	Mesures volumiques	29
1.2.4	Conclusion	30
1.3	Corrélation d'images	30
1.3.1	Codage de la surface	31
1.3.2	Fonction de forme	32
1.3.3	Coefficient de corrélation	33
1.3.4	Interpolation des niveaux de gris	34
1.3.5	Algorithmes d'optimisation	35
1.3.6	Calcul des déformations	36
1.3.7	Conclusion	38
1.4	Stéréo-corrélation d'images	38
1.4.1	Modélisation d'une caméra et d'un capteur de stéréovision	38
1.4.2	Mesure de forme 3D par stéréovision	42
1.4.3	Mesure 3D de champs de déplacements	46
1.4.4	Applications de la Stéréo-corrélation d'images	47
1.5	Conclusion	50

1.1 Introduction

L'identification du comportement mécanique des matériaux est devenue aujourd'hui un enjeu majeur dans de nombreux domaines. Cette connaissance passe par des moyens expérimentaux de plus en plus puissants. Les jauges, extensomètres et autres capteurs de déplacement sont performants, simples de mise en œuvre, permettent une mesure en temps réel avec une grande précision. Néanmoins, ces techniques restent ponctuelles et nécessitent un contact avec la surface de mesure qui risque d'altérer le phénomène à observer. C'est pourquoi, ces techniques sont de plus en plus remplacées ou complétées par des techniques de mesures optiques. Elles présentent de grands avantages tels que l'absence de contact, une résolution spatiale élevée et l'obtention d'une information de champ (par opposition à une information ponctuelle), d'où l'appellation « mesure de champs ».

1.2 Revue des techniques de mesure de champs existantes

De nombreuses méthodes optiques dimensionnelles de mesure de champs peuvent être rencontrées dans la littérature. Avec une sensibilité mécanicienne, nous avons choisi de les classer en trois familles selon la dimension de mesure réalisée. Elles peuvent en effet être utilisées pour des mesures surfaciques dites « 2D », des mesures surfaciques et hors-plan dites « 2D1/2 » ou des mesures volumiques dites « 3D ».

1.2.1 Mesures surfaciques

Les mesures surfaciques permettent d'obtenir un champ de déplacement 2D sur une surface plane. Dans un repère (O, x, y, z) , les composantes planes du déplacement u et v sont mesurées et elles sont fonction de x, y variables et z_0 constante :

$$\begin{cases} u(x, y, z_0) \\ v(x, y, z_0) \end{cases} \quad (1.1)$$

Le gradient de déplacement F défini par l'équation 1.2 ne permet pas de calculer le tenseur de Green-Lagrange. Seules les composantes planes du tenseur des petites déformations sont accessibles (équation 1.3).

$$F = \begin{pmatrix} F_{xx} & F_{xy} & \times \\ F_{yx} & F_{yy} & \times \\ \times & \times & \times \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T + \underline{\underline{F}}) - \underline{\underline{I}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \times \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \times \\ \times & \times & \times \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Les techniques de mesure surfaciques les plus couramment rencontrées sont la photoélasticité, l'interférométrie, le moiré et les méthodes utilisant l'analyse d'images.

– La photoélasticimétrie 2D

C'est une technique expérimentale d'analyse des déformations et des contraintes. La méthode est basée sur la propriété de double réfraction ou biréfringence de certains matériaux transparents comme les résines epoxy ou le polyméthylméthacrylate (PMMA). Des franges isochromes et isoclines représentant la répartition de la déformation (différence de déformations principales et directions principales) sont visibles avec l'aide d'un polariscope [Jessop 52, Patterson 91, Morimoto 94, Chen 00].

– Le moiré

Le moiré consiste à faire apparaître des franges d'interférence entre une grille de référence (réseau régulier de lignes) et une seconde grille, identique à la grille de référence, qui est déposée sur la surface de la pièce à étudier et qui se déforme avec celle-ci. Les franges sont alors analysées par le biais d'un interféromètre moiré qui permet de mesurer des déplacements et des déformations à la surface de la pièce [Post 00].

– Les techniques de corrélation - corrélation d'images et méthode des grilles

Ces techniques permettent la détermination des champs de déplacement et de déformation à la surface d'un objet par comparaison de deux images : une image de référence de l'objet à l'état initial et une image du même objet après avoir subi une transformation mécanique (déplacement ou déformation) [Sutton 00]. En marquant la surface d'un motif régulier (pour la méthode des grilles [Surrel 00, Avril 02]) ou aléatoire (pour la corrélation d'images), chaque point de la surface est identifié dans chaque image. En corrélant l'image de référence et l'image de l'objet déformé, nous obtenons une information en deux dimensions des déplacements.

– L'interférométrie holographique

Cette technique consiste à faire apparaître des franges d'interférences en superposant des ondes lumineuses dont une au moins est produite par un hologramme [Françon 86,

Smigielski 84, Smigielski 98a, Smigielski 98b, Rastogi 00], un hologramme étant un enregistrement par interférométrie de l'onde lumineuse diffusée ou diffractée par un objet.

– L'interférométrie de Speckle

L'interférométrie de Speckle permet l'analyse de franges d'interférences en superposant les intensités lumineuses diffusées ou diffractées par un objet présentant une surface rugueuse en l'éclairant par des faisceaux de lumière cohérente, issues du même laser, et orientées dans des directions différentes par un jeu de miroirs [Leendertz 73, Laermann 00, Rastogi 00, Rastogi 01, Smigielski 01].

1.2.2 Mesures surfaciques et hors-plan

Les mesures surfaciques et hors-plan permettent d'obtenir un champ de déplacement 3D sur une surface. Dans un repère (O, x, y, z) , les composantes du déplacement u , v et w sont mesurées. Elles sont fonction de x , y et z , cette dernière étant exprimée en fonction de x et y :

$$\begin{cases} u(x, y, z(x, y)) \\ v(x, y, z(x, y)) \\ w(x, y, z(x, y)) \end{cases} \quad (1.4)$$

Le gradient de déplacement défini par l'équation 1.5 permet d'accéder uniquement aux composantes planes du tenseur de Green-Lagrange (équation 1.6).

$$F = \begin{pmatrix} F_{xx} & F_{xy} & \times \\ F_{yx} & F_{yy} & \times \\ F_{zx} & F_{zy} & \times \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{I}}) = \begin{pmatrix} E_{xx} & E_{xy} & \times \\ E_{xy} & E_{yy} & \times \\ \times & \times & \times \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Les techniques de mesure surfaciques et hors-plan les plus couramment rencontrées sont l'interférométrie, le moiré et la stéréo-corrélation d'images.

– L'interférométrie holographique

Cette technique, déjà décrite précédemment permet également des mesures hors-plan [Françon 86, Smigielski 84, Smigielski 98a, Smigielski 98b, Rastogi 00].

– L’interférométrie de Speckle

L’interférométrie de Speckle est également utilisée pour des mesures surfaciques hors-plan [Leendertz 73, Laermann 00, Rastogi 00, Rastogi 01, Smigielski 01].

– Le moiré d’ombre

La technique du moiré peut être utilisée pour déterminer le relief d’une pièce. Dans ce cas l’ombre de la grille de référence est projetée sur la surface d’un objet par une source ponctuelle. La superposition du réseau et de son ombre montre les lignes de niveau de l’objet par rapport au plan de référence défini par le plan de la grille [Post 00, Breque 04].

– Stéréo-corrélation d’images

La stéréo-corrélation permet d’effectuer des mesures de déplacement hors-plan en combinant la corrélation d’images et l’utilisation de la stéréoscopie [Garcia 01a, Cornille 05, Orteu 09]. Deux types d’appariements d’images sont réalisés : un appariement temporel d’une paire d’images issues d’une même caméra prises à deux instants différents, et un appariement stéréoscopique d’une paire d’images prise au même instant par deux caméras différentes.

1.2.3 Mesures volumiques

Les mesures volumiques permettent d’obtenir un champ de déplacement 3D dans le volume du système étudié. Dans un repère (O, x, y, z) , les composantes du déplacement u , v et w sont mesurées et elles sont fonction de x , y et z :

$$\begin{cases} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{cases} \quad (1.7)$$

Le gradient de déplacement défini par l’équation 1.8 permet d’accéder à l’intégralité du tenseur de Green-Lagrange (équation 1.9).

$$F = \begin{pmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_{xz} \\ F_{yx} & F_{yy} & F_{yz} \\ F_{zx} & F_{zy} & F_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{I}}) = \begin{pmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{xy} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{xz} & E_{yz} & E_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Les techniques de mesure volumiques rencontrées sont la photoélasticité et les méthodes utilisant l'analyse d'images.

– La photoélasticimétrie 3D par découpage optique

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique consiste à isoler un feuillet d'une pièce tridimensionnelle constituée de matériaux biréfringent par deux faisceaux laser plans. Un programme d'analyse des champs lumineux diffusés permet d'obtenir une série de franges isochrome et isocline. Cette image est similaire à celle obtenue en plaçant dans un polariscope rectiligne le même feuillet découpé mécaniquement [Dupré 97, Zenina 98, Zenina 99, Bilek 04, Germaneau 07]. Contrairement à la photoélasticimétrie 2D, cette méthode a l'avantage d'être non destructive et permet des mesures en temps quasi-réel.

– Corrélation volumique

La corrélation volumique est une extension en trois dimensions de la corrélation d'image numérique bidimensionnelle (pixels) utilisant des images numériques de volumes (voxels) générés par tomographie à rayons X [Bay 99, Bornert 04, Germaneau 07] ou des images obtenues par tomographie optique [Doumalin 04, Germaneau 07] (méthode consistant à isoler un plan du volume de la pièce par un faisceau laser et à reconstituer le volume en regroupant les différentes coupes).

1.2.4 Conclusion

La corrélation d'images et la stéréo-corrélation d'images sont les méthodes optiques dimensionnelles utilisées dans ce travail. En effet, le Laboratoire Génie de Production a acquis un système GOM Aramis 3D [Ara 06] en 1999 et a depuis effectué certains travaux visant au suivi d'essai et à l'évaluation du système de mesure. Ces deux techniques sont détaillées par la suite et suivies de quelques applications.

1.3 Corrélation d'images

La technique de corrélation d'images est une méthode optique sans contact de mesure de champs cinématiques 2D. Elle consiste à mettre en correspondance deux images numériques de la surface plane observée à deux états distincts de déformation (figure 1.1), un état dit de « référence » et un état dit « déformé » [Sutton 00].

Les images sont discrétisées spatialement par un capteur CCD (Charge Coupled Device) et on obtient, pour chaque pixel, une valeur de niveau de gris. Le pixel homologue de la

première image est déterminé dans la seconde en optimisant un coefficient de corrélation sur leur voisinage. Le point et son voisinage sont appelés fenêtre de corrélation.

1.3.1 Codage de la surface

La corrélation d'images repose sur deux hypothèses majeures. La première hypothèse repose sur la conservation des niveaux de gris de l'image initiale à l'image déformée. Il faut donc s'assurer que les mécanismes responsables de la déformation du matériau n'entraînent pas de modification de contraste qui provoquerait un risque de décorrélation.

Le fondement même de la technique de corrélation d'images suppose que le petit domaine de pixels soit identifié et identifiable par rapport à d'autres domaines dans une même image. Comme l'identification a lieu grâce aux niveaux de gris des pixels, il faut que la répartition de ces niveaux de gris soit suffisamment pertinente dans l'image et à l'échelle d'un sous-domaine. La seconde hypothèse repose alors sur la nécessité qu'il y ait des contrastes dans l'image et que la répartition de ces contrastes soit unique dans un voisinage autour de la position du sous-domaine homologue à trouver (figure 1.1).

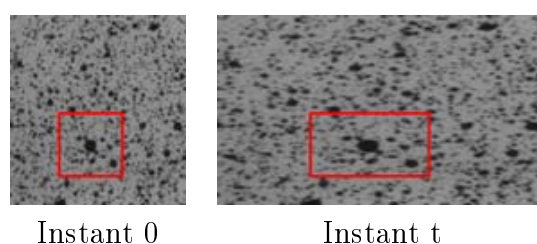


FIG. 1.1 – Zones d'étude sur une image de référence et sur une image « déformée »

Si la surface est naturellement texturée (figure 1.2 (a)), ces deux hypothèses sont directement vérifiées. Dans le cas contraire, une peinture est appliquée sur la surface à l'aide d'une bombe aérosol (figure 1.2 (b)), d'un aérographe ou d'autres moyens (tampon encreur, éponge, autocollants, ...).



(a) : Mouchetis naturels (acier) (b) : Mouchetis artificiels (bombe aérosol)

FIG. 1.2 – Présentation de deux types de mouchetis

1.3.2 Fonction de forme

L'image de référence est découpée en petits domaines D appelés fenêtre de corrélation, sur lesquels la transformation mécanique Φ_M peut être approchée localement par une fonction Φ appelée fonction de forme [Schreier 02, Bornert 09]. Considérons deux signaux :

- $f(\underline{x})$ représente la fonction de niveau de gris dans l'image de référence
- $g(\underline{X})$ correspond à la fonction de niveau de gris dans l'image déformée

avec $\underline{x} = (x, y)$ représentant les coordonnées du point considéré dans l'image de référence et $\underline{X} = (X, Y)$ correspondant aux coordonnées du point considéré dans l'image déformée.

Soit Φ_M , telle que $\Phi_M(\underline{x}) = \underline{X}$, la transformation mécanique au voisinage d'un point M quelconque recherchée. La conservation du flot optique donne :

$$g(\Phi_M(\underline{x})) = f(\underline{x}) \quad (1.10)$$

L'objectif de la technique de corrélation d'image est de déterminer la transformation mécanique Φ_M , connaissant f et g . Ainsi, ce problème de détermination du flot optique est un problème inverse mal posé qui nécessite une résolution par approximation [Horn 81].

Soient $\underline{x}_0 = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix}$ un point de l'image de référence (généralement le centre de la fenêtre de corrélation D), $\underline{x} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ un point quelconque de cette fenêtre et $\underline{\Delta x} = \underline{x} - \underline{x}_0$ la distance du point \underline{x} au centre de la fenêtre. En ce point \underline{x} , la transformation s'écrit :

$$\underline{X} = \Phi_M(\underline{x}) = \underline{x} + \Psi(\underline{x}) \quad (1.11)$$

$\Psi(\underline{x})$ correspondant au déplacement au point \underline{x} . En écrivant le développement de Taylor de $\Psi(\underline{x})$ au voisinage D du point \underline{x}_0 , on obtient une expression Φ de Φ_M en fonction des variations locales de Ψ aux différents ordres :

$$\Phi(\underline{x}) = \underline{x} + \Psi(\underline{x}_0) + \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{x}}(\underline{x}_0) \cdot \underline{\Delta x} + \frac{1}{2} \underline{\Delta x}^\top \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \underline{x}^2}(\underline{x}_0) \cdot \underline{\Delta x} + \dots \quad (1.12)$$

Les approximations Φ de Φ_M obtenues en tronquant cette expression, définissent les différentes méthodes rencontrées en corrélation d'images :

- ordre 0 (2 coefficients : a_1, a_2) : transformation rigide. Cette transformation est utilisée dans les cas de faibles rotations et petites déformations. Elle est définie par :

$$\Psi(\underline{x}) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

- ordre 1 : transformation affine (6 coefficients : a_1 à a_6) ou bi-linéaire (8 coefficients : a_1 à a_8). C'est une méthode utilisée dans les cas de petits gradients de déformation (grandes déformations homogènes), elle est définie par :

$$\Psi(\underline{x}) = \begin{pmatrix} a_1 + a_3\Delta X + a_5\Delta Y + a_7\Delta X\Delta Y \\ a_2 + a_4\Delta X + a_6\Delta Y + a_8\Delta X\Delta Y \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

- ordre 2 : transformation quadratique (12 coefficients : a_1 à a_{12}) ou bi-quadratique (18 coefficients : a_1 à a_{18}) :

$$\Psi(\underline{x}) = \begin{pmatrix} a_1 + a_3\Delta X + a_5\Delta Y + a_7\Delta X\Delta Y + a_9\Delta X^2 + a_{11}\Delta Y^2 + a_{13}\Delta X^2\Delta Y + \dots \\ \dots + a_{15}\Delta X\Delta Y^2 + a_{17}\Delta X^2\Delta Y^2 \\ a_2 + a_4\Delta X + a_6\Delta Y + a_8\Delta X\Delta Y + a_{10}\Delta X^2 + a_{12}\Delta Y^2 + a_{14}\Delta X^2\Delta Y + \dots \\ \dots + a_{16}\Delta X\Delta Y^2 + a_{18}\Delta X^2\Delta Y^2 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

La transformation affine est la méthode utilisée par le logiciel d'acquisition et de traitement d'images Aramis [Ara 06] qui sera utilisé dans les travaux présentés par la suite.

1.3.3 Coefficient de corrélation

Les différents paramètres a_i de la fonction de forme utilisée par le logiciel sont déterminés en minimisant un coefficient de corrélation $C(\Phi)$:

$$a_i = \underset{a_i}{\text{Arg min}} C(\Phi(a_i)) \quad (1.16)$$

Ce coefficient correspond aux écarts de distribution de niveaux de gris présents dans la fenêtre de corrélation D entre l'état initial et l'état déformé. Différentes définitions de ce coefficient ont été proposées [Chambon 03]. Les coefficients peuvent être normalisés ou pas et utiliser les variations des niveaux de gris plutôt que les niveaux de gris eux-mêmes. En posant, pour toute fonction a , $\langle a \rangle = \int_D a(\underline{x}) dx$, puis $\bar{f} = \langle f \rangle$ et $\bar{g} = \langle g(\Phi) \rangle$, les coefficients les plus fréquemment rencontrés s'écrivent :

- La somme des différences au carré (Sum of Squared Differences) :

$$C_{SSD}(\Phi) = \langle (f - g(\Phi))^2 \rangle \quad (1.17)$$

- La somme des différences au carré normalisée (Normalized Sum of Squared Differences) :

$$C_{NSSD}(\Phi) = \frac{\langle (f - g(\Phi))^2 \rangle}{\sqrt{\langle f^2 \rangle} \sqrt{\langle g(\Phi)^2 \rangle}} \quad (1.18)$$

- La somme des différences au carré normalisée centrée (Zero mean Normalized Sum of Squared Differences) :

$$C_{ZNSSD}(\Phi) = \frac{\langle ((f - \bar{f}) - (g(\Phi) - \bar{g}))^2 \rangle}{\sqrt{\langle (f - \bar{f})^2 \rangle} \sqrt{\langle (g(\Phi) - \bar{g})^2 \rangle}} \quad (1.19)$$

- La fonction d'auto-corrélation normalisée (Normalized Cross-Correlation function) :

$$C_{NCC}(\Phi) = 1 - \frac{\langle f \cdot g(\Phi) \rangle}{\sqrt{\langle f^2 \rangle} \sqrt{\langle g(\Phi)^2 \rangle}} \quad (1.20)$$

- La fonction d'auto-corrélation normalisée centrée (Zero Mean Normalized Cross-Correlation function) :

$$C_{ZNCC}(\Phi) = 1 - \frac{\langle (f - \bar{f}) \cdot (g(\Phi) - \bar{g}) \rangle}{\sqrt{\langle (f - \bar{f})^2 \rangle} \sqrt{\langle (g(\Phi) - \bar{g})^2 \rangle}} \quad (1.21)$$

Toutes ces expressions s'annulent lorsque les deux fenêtres de corrélation sont identiques et qu'il n'y a pas de variation de contrainte, c'est à dire lorsque $\Phi = \Phi_M$. Le coefficient de corrélation utilisé par le logiciel d'acquisition et de traitement d'images Aramis [Ara 06] est le C_{ZNCC} .

1.3.4 Interpolation des niveaux de gris

Généralement, l'intégration utilisée pour calculer le coefficient de corrélation décrit ci-dessus est remplacée par des sommes discrètes sur tous les pixels de la fenêtre D . Pour toute fonction a :

$$\langle a \rangle \approx \sum_{i \in D} a(\underline{x}_i) \quad (1.22)$$

avec \underline{x}_i , la position du i^{ime} pixel, avec des coordonnées entières.

En partant des coordonnées de $\Phi(\underline{x}_i)$, qui peuvent ne pas être entières, une interpolation des niveaux de gris au voisinage est nécessaire pour déterminer $g(\Phi(\underline{x}_i))$.

Les méthodes d'interpolation les plus fréquemment rencontrées sont :

- l'approximation par plus proche voisin.
- l'interpolation polynomiale, dont les interpolations bi-linéaire (4 pixels) et bi-cubique (16 pixels).
- l'interpolation B-spline.
- l'interpolation de Fourier...

1.3.5 Algorithmes d'optimisation

La détermination des différents paramètres a_i de la fonction de forme Φ passe par la minimisation du coefficient de corrélation (équation 1.16). Cette minimisation nécessite l'utilisation d'un algorithme d'optimisation. Les algorithmes les plus fréquemment utilisés sont :

- L'optimisation globale

Une optimisation globale de tous les paramètres a_i décrivant la fonction de forme est réalisée en utilisant différents algorithmes d'optimisation non linéaire (méthode de descente du gradient, Newton-Raphson, Levenberg-Marquard, ...) [Sutton 00].

- L'optimisation partielle avec l'évaluation des paramètres d'ordre supérieur à partir des fenêtres voisines

Il s'agit d'une optimisation à un nombre limité de paramètres a_i , généralement, les composantes de la translation a_1 et a_2 , laissant les autres coefficients à une valeur fixe et non nulle. Lorsque cette optimisation est réalisée sur un ensemble de fenêtres de corrélation, les paramètres d'ordre supérieur d'une fenêtre donnée sont réévalués à partir des déplacements des centres des fenêtres voisines. Une nouvelle optimisation des paramètres a_1 et a_2 est alors réalisée avec les nouvelles valeurs des paramètres d'ordre supérieur. Cette procédure est itérée jusqu'à ce que les composantes de la translation convergent sur toutes les fenêtres.

- L'interpolation bi-parabolique du coefficient de corrélation

Cette méthode consiste à interpoler le coefficient de corrélation au voisinage de son maximum trouvé avec une résolution au pixel près. On utilise une interpolation bi-parabolique calculée par une méthode des moindres carrés avec les valeurs obtenues pour le maximum

et les huit pixels voisins les plus proches. La valeur de l'optimum est trouvée analytiquement à partir de la fonction parabolique [Doumalin 00].

La documentation du logiciel d'acquisition et de traitement d'images Aramis [Ara 06] ne nous permet pas de préciser la méthode d'interpolation des niveaux de gris et la technique d'optimisation du coefficient de corrélation.

1.3.6 Calcul des déformations

La connaissance des champs de déplacements ne suffit pas toujours à l'analyse du problème et les champs de déformations peuvent dans ce cas apparaître nécessaires. Il existe plusieurs méthodes pour les calculer à partir des déplacements mesurés. On pourra retrouver l'une des méthodes suivantes.

– Valeur exacte ponctuelle

Dans les chapitres suivants, nous verrons qu'il est possible d'appliquer un déplacement théorique à un mouchetis de référence afin de créer des images déformées synthétiques en appliquant à chaque pixel de l'image une transformation caractérisant le déplacement. Dans ce cas, il est possible de dériver directement la transformation appliquée au point souhaité et ainsi, obtenir la valeur exacte ponctuelle de la déformation.

– Différences finies

Cette méthode consiste à déterminer la valeur de la déformation en fonction des valeurs de déplacements obtenues sur les points voisins et du pas entre ces points voisins. La figure 1.3 représente les points utilisés (en rouge) pour la détermination de la valeur du point vert avec la méthode des différences finies centrées à 3 points pour les points reliés par les traits pleins et à 5 points pour les points reliés par les pointillés.



FIG. 1.3 – Choix possibles des points voisins

Les différences finies avant et arrière peuvent également être utilisées mais la méthode des différences finies centrées reste la plus précise et la plus couramment implantée dans les logiciels permettant un calcul de déformations. Le logiciel Aramis [Ara 06] utilise notamment une formulation centrée :

$$\varepsilon_{xx}^n \cong \begin{cases} \frac{u^{n+1}-u^{n-1}}{2s} \\ \frac{-u^{n+2}+8u^{n+1}-8u^{n-1}+u^{n-2}}{12s} \end{cases} \quad (1.23)$$

où s est une constante représentant la différence de position de points voisins et u^i leurs déplacements.

– Fonctions de forme éléments finis

Cette méthode consiste à exprimer les coordonnées des points d'un domaine (composé généralement de 4 ou 8 points) dans un espace de référence pour lequel on dispose de formules d'interpolation numériques. Prenons l'exemple d'un élément quadrilatère à 4 nœuds (figure 1.4), les fonctions de forme de l'élément sont de la forme :

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ \varphi_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ \varphi_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ \varphi_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi_{1,\xi} = -\frac{1}{4}(1-\eta) \\ \varphi_{2,\xi} = \frac{1}{4}(1-\eta) \\ \varphi_{3,\xi} = \frac{1}{4}(1+\eta) \\ \varphi_{4,\xi} = -\frac{1}{4}(1+\eta) \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi_{1,\eta} = -\frac{1}{4}(1-\xi) \\ \varphi_{2,\eta} = -\frac{1}{4}(1+\xi) \\ \varphi_{3,\eta} = \frac{1}{4}(1+\xi) \\ \varphi_{4,\eta} = \frac{1}{4}(1-\xi) \end{cases} \quad (1.24)$$

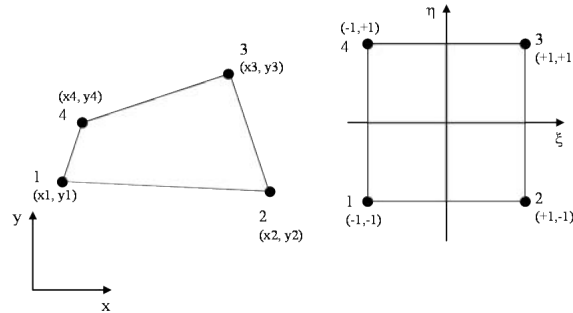


FIG. 1.4 – Élément de référence dans le cas d'un quadrilatère à 4 nœuds

– Dérivation de fonctions polynômes d'interpolation ou d'approximation

On définit par exemple une fonction polynômiale d'interpolation d'ordre $2n$ qui passe par les valeurs de déplacements mesurés des $2n$ points voisins et du point pour lequel la déformation est à déterminer. Une fonction polynômiale d'approximation peut être, quant à elle, définie en approchant la fonction continue décrite par les valeurs de déplacements mesurés des points voisins et du point considéré. Il suffit ensuite de dériver le polynôme pour évaluer les déformations.

1.3.7 Conclusion

La corrélation d'images présente de nombreux avantages :

- la facilité de préparation de la surface de l'objet (projection de peinture en quelques secondes), lorsque cela est nécessaire ;
- la densité de l'information obtenue. Au mieux, chacun des pixels de la matrice CCD peut être apparié par corrélation ce qui fournit un champ de déplacements dense ;
- le choix du pas de la grille virtuelle utilisée pour calculer les déformations à partir des déplacements s'effectue au moment du post-traitement des données et peut donc être adapté aux gradients de déformations en présence ;
- le choix des paramètres de post-traitement (taille de fenêtre, fonction de forme) et du traitement d'images.

Cette extensométrie bidimensionnelle, qui est maintenant couramment utilisée pour des mesures de champs de déplacements bidimensionnels, présente des inconvénients majeurs : d'abord, elle ne permet de mesurer que des déformations planes, ensuite, d'un point de vue expérimental, elle nécessite que le plan de déformation et le plan image de la caméra soient parallèles et le restent pendant l'essai, ce qui est difficile à garantir. Enfin, la distance entre l'objet et la caméra (distance hors plan) doit rester fixe. La technique de stéréo-corrélation d'images qui est présentée dans la suite apporte une solution à ces problèmes.

1.4 Stéréo-corrélation d'images

La technique de stéréo-corrélation d'images est une méthode de mesure de champs cinématiques sans contact combinant l'extensométrie bidimensionnelle et la stéréovision, toutes deux effectuées par corrélation d'images.

1.4.1 Modélisation d'une caméra et d'un capteur de stéréovision

1.4.1.1 Géométrie d'une caméra - Modèle du sténopé

Le processus de formation des images au sein d'une caméra peut être modélisé simplement en exprimant les relations de passage du repère monde au repère caméra, la projection du repère caméra dans le plan image et en appliquant la transformation affine qui conduit aux coordonnées de l'image [Orteu 97, Garcia 01a, Garcia 01c, Li 06].

Soit un point P ayant comme coordonnées (x, y, z) dans le repère monde (figure 1.5). La détermination de la projection $P'(u, v)$ de P sur l'image consiste à résoudre l'équation :

$$P' = F(P) \quad (1.25)$$

Ce calcul nécessite de passer par un repère intermédiaire : le repère caméra.

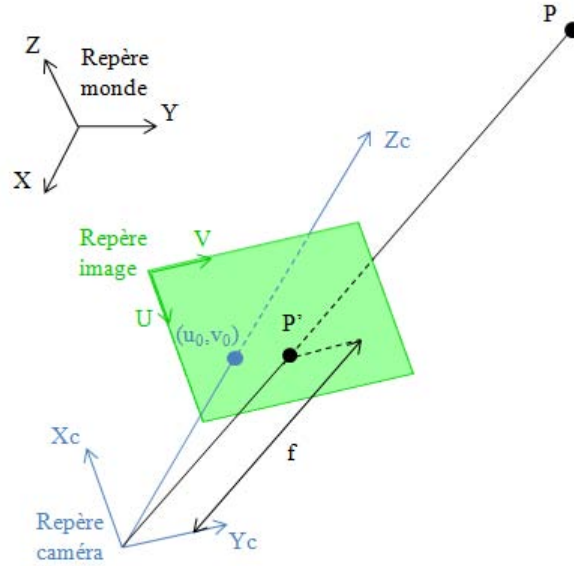


FIG. 1.5 – Modèle géométrique d'une caméra

La transformation des coordonnées du point P du repère monde au repère caméra peut être considérée comme une combinaison d'une rotation r et d'une translation t . Les coordonnées de P dans le repère caméra seront de la forme :

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \cong T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

avec
$$T \cong \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} r & t \end{pmatrix}$$

Les matrices de rotation et de translation sont les paramètres extrinsèques de la caméra et décrivent sa position et son orientation par rapport à la scène.

Les coordonnées (x'_c, y'_c, z'_c) de P' dans le repère caméra s'écrivent :

$$\begin{cases} x'_c = x_c f / z_c \\ y'_c = y_c f / z_c \\ z'_c = f \end{cases} \quad (1.27)$$

avec f la distance focale de la caméra.

La transformation des coordonnées du point P' du repère caméra (x'_c, y'_c, z'_c) au repère image (u, v) peut s'exprimer par :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong \underbrace{\begin{bmatrix} a_u & 0 & u_0 \\ 0 & a_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_K \begin{bmatrix} x'_c \\ y'_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

avec (u_o, v_o) , $a_u = k_u f$ et $a_v = k_v f$: paramètres intrinsèques de la caméra
 (u_o, v_o) : coordonnées de l'intersection entre le plan de l'image et l'axe optique de la caméra
 f : distance focale de la caméra
 k_u : facteur d'échelle vertical
 k_v : facteur d'échelle horizontal

En combinant les trois transformations (1.26, 1.27 et 1.28), on obtient :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong KT \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Cette équation permet de calculer les coordonnées du point $P'(u, v)$ dans le plan image à partir des coordonnées du point $P(x, y, z)$.

1.4.1.2 Géométrie d'un capteur stéréoscopique

Le principe géométrique utilisé pour une caméra reste le même avec deux caméras, avec une transformation rigide supplémentaire liant le système stéréoscopique.

La figure 1.6 illustre les trois transformations rigides (T_g , T_d et T_s) et les trois repères. Les transformations s'écrivent sous la forme : $T_g \cong \begin{pmatrix} r_g & t_g \end{pmatrix}$, $T_d \cong \begin{pmatrix} r_d & t_d \end{pmatrix}$ et $T_s \cong \begin{pmatrix} r_s & t_s \end{pmatrix}$ où r_g , r_d et r_s sont des rotations et t_g , t_d et t_s sont des translations.

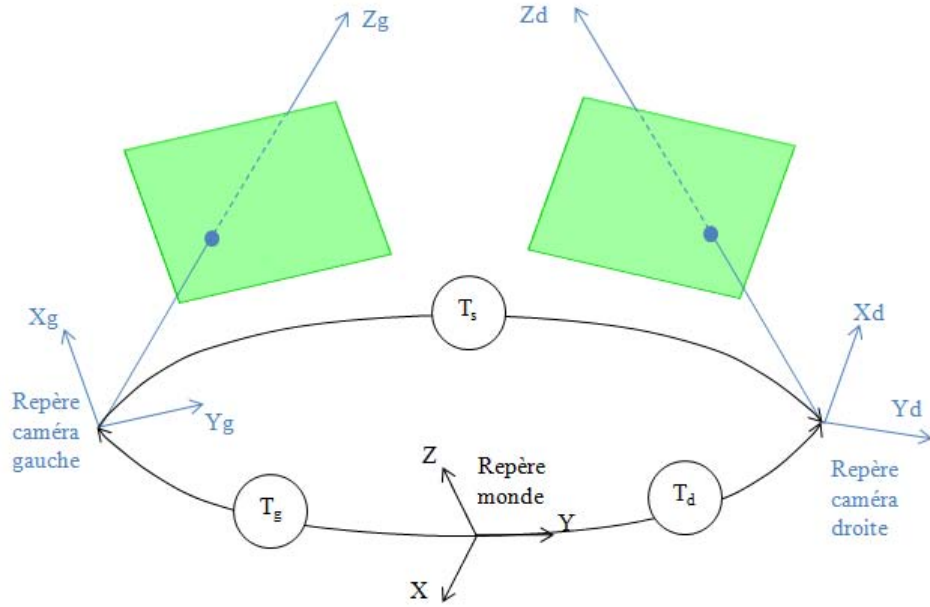


FIG. 1.6 – Référentiels tridimensionnels d'un capteur de stéréovision

Ces transformations rigides T_g , T_d et T_s permettent d'exprimer les coordonnées d'un point P dans les différents repères par les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} \cong T_g \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} \cong T_d \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} \cong T_s \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Les trois transformations sont alors liées par la relation :

$$T_s \cong T_d T_g^{-1} \quad (1.31)$$

En suivant la démarche utilisée avec une caméra, on obtient les équations suivantes qui permettent de déterminer les coordonnées des points $P_d(u_d, v_d)$ et $P_g(u_g, v_g)$ dans les deux plans image à partir des coordonnées du point $P(x, y, z)$ [Garcia 01a] :

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \\ 1 \end{bmatrix} \cong K_d T_d \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

$$\begin{bmatrix} u_g \\ v_g \\ 1 \end{bmatrix} \cong K_g T_g \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \cong K_g T_s^{-1} T_d \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

1.4.2 Mesure de forme 3D par stéréovision

La stéréovision, décrite sur la figure 1.7 est basée sur le principe de triangulation qui nécessite de déterminer le correspondant d'un pixel de la première image dans la seconde et de calculer l'intersection des deux droites projectives (projection du point dans les plans des deux capteurs CCD).

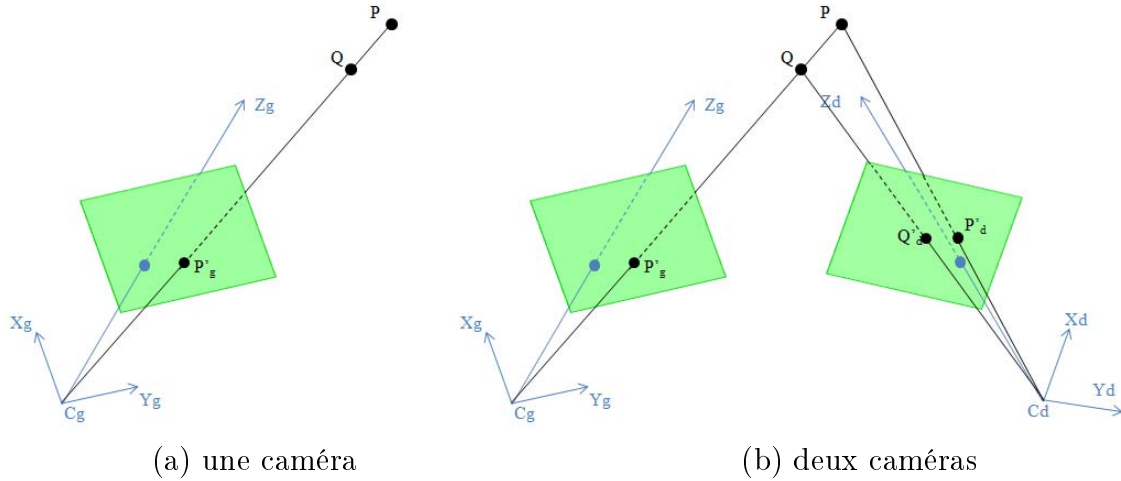


FIG. 1.7 – Principe stéréoscopique

1.4.2.1 Triangulation

L'utilisation d'une seule caméra ne permet d'accéder qu'à une information bidimensionnelle (figure 1.7 (a)). En effet, deux points (P et Q) placés sur la même droite projective (C, P'_g) se projettent sur le plan image en un même point P'_g . C est appelé centre de projection ou centre optique. Dans l'hypothèse où l'appariement d'image (ou la stéréocorrespondance) est établie, l'utilisation de deux caméras (technique de stéréovision) permet alors d'accéder à l'information tridimensionnelle (figure 1.7 (b)). Il est possible de déterminer la position tridimensionnelle d'un point par triangulation, technique qui consiste à déterminer l'intersection des deux droites projectives. À partir de deux points $P'_g(u_g, v_g)$ et $Q'_d(u_d, v_d)$ correctement appariés, la reconstruction 3D, et donc la détermination de

la position 3D du point $Q(x, y, z)$ s'effectue en calculant l'intersection dans l'espace des droites $C_g P'_g$ et $C_d Q'_d$.

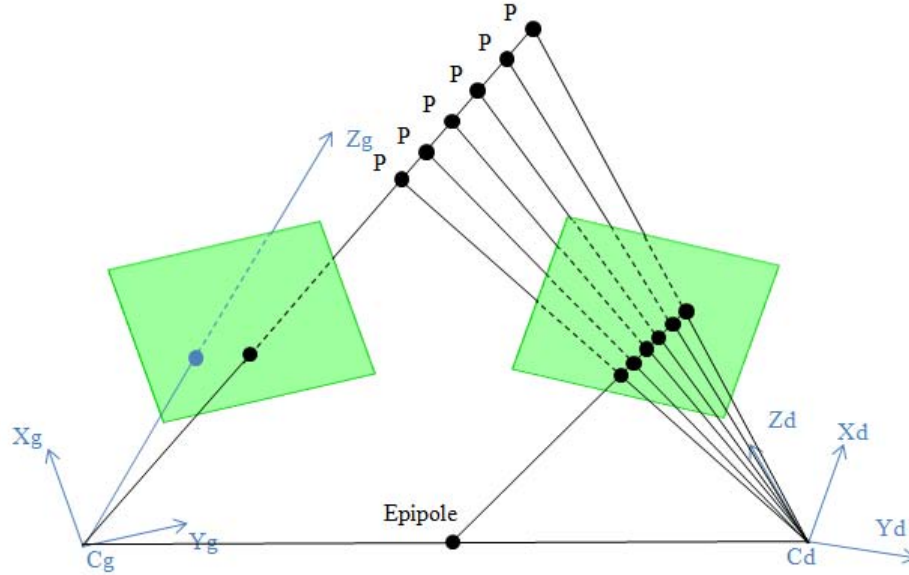


FIG. 1.8 – Droite épipolaire

En utilisant les équations 1.32 et 1.33, on obtient un système ayant pour inconnues :

- (x, y, z) : les coordonnées du point Q ,
- K_d, K_g : les paramètres intrinsèques des caméras droites et gauches,
- T_d, T_g : les paramètres extrinsèques des deux caméras,
- T_s : la transformation rigide liant les deux caméras.

Un calibrage du système stéréoscopique permet de connaître les paramètres intrinsèques et extrinsèques des caméras ainsi que la transformation rigide T_s , laissant alors pour seules inconnues les coordonnées du point Q .

En pratique et afin de faciliter la recherche du stéréo-correspondant, une contrainte géométrique appelée contrainte épipolaire est utilisée [Garcia 01a]. Un point P'_g correspond à la projection de plusieurs points P , il existe donc plusieurs possibilités pour le projeté de P dans l'image droite. Ces différentes possibilités sont alignées et forment la droite épipolaire droite. Elle permet de limiter la recherche du stéréo-correspondant de l'image de gauche dans l'image de droite à une recherche 1D sur la droite épipolaire associée (figure 1.8).

1.4.2.2 Calibrage

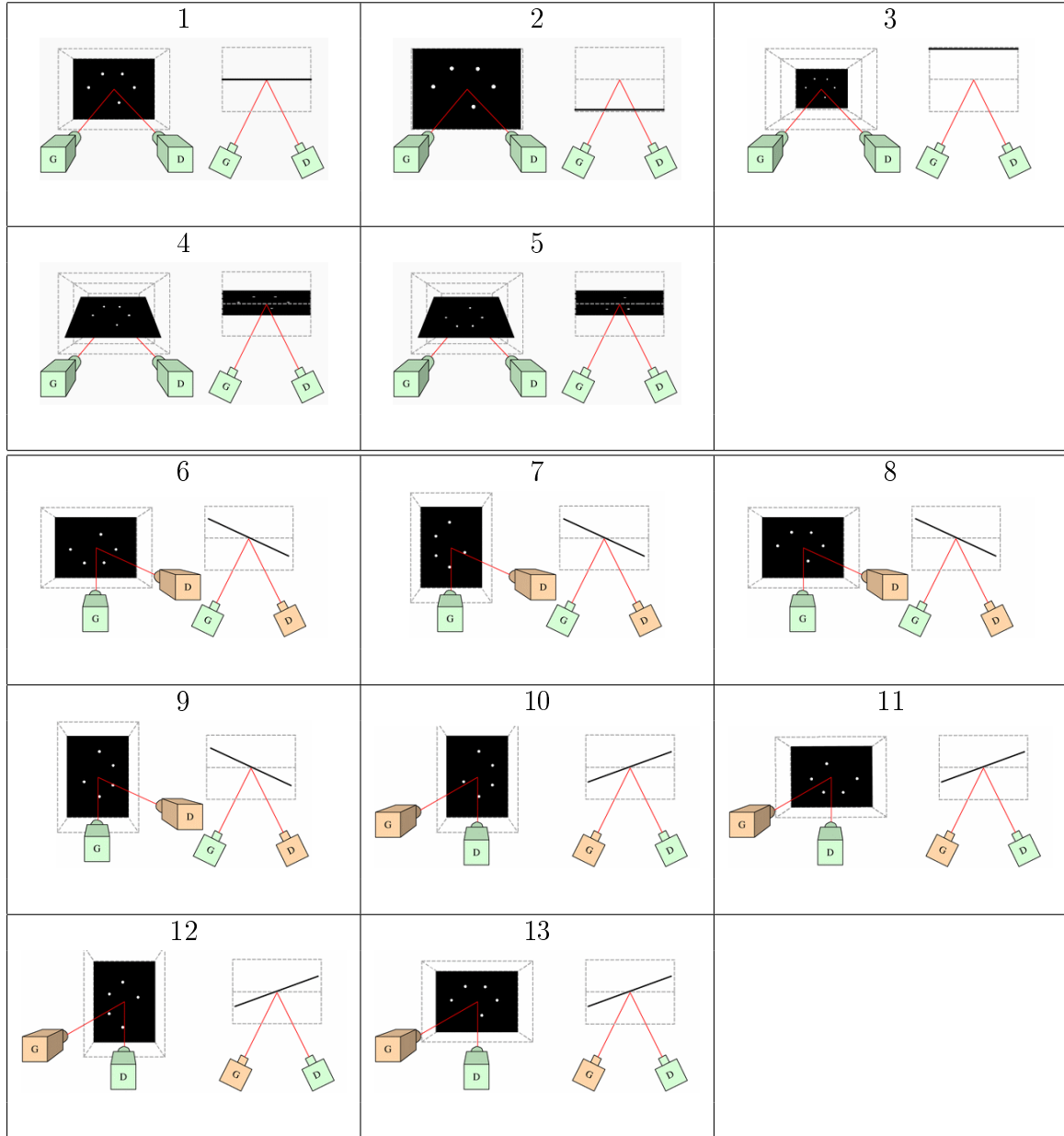


FIG. 1.9 – Calibrage avec le système Aramis [Ara 06]

La phase de calibrage permet de déterminer les paramètres intrinsèques de chacune des caméras (longueur focale de l'objectif, taille des pixels de la matrice CCD, coefficients pour tenir compte de la distorsion des images induite par l'objectif...) ainsi que la position et l'orientation relative des deux caméras. Elle permet donc de déterminer les matrices K_d , K_g , T_d , T_g , T_s .

La technique consiste à passer une mire devant les caméras dans différentes configurations.

Pour le système Aramis [Ara 06], cette mire est une plaque noire contenant 99 cercles blancs (94 petits et 5 plus grands). Elle est de taille équivalente à la taille de l'objet à étudier et doit être placée devant les objectifs lors de l'étape de calibrage.

Le logiciel d'acquisition et de traitement d'images Aramis [Ara 06] nécessite une étape de calibrage utilisant 13 prises de vue décrites sur la figure 1.9. Cinq prises de vue sont communes aux deux caméras, elles sont suivies par quatre prises de vue par caméra indépendamment.

Pour les cinq premières prises de vues, à chaque prise de vue i est associée une transformation rigide T_g^i pour la caméra gauche et une transformation rigide T_d^i pour la caméra droite (figure 1.10). Pour chaque prise de vue, nous avons d'après l'équation 1.31 :

$$T_s T_g^i \cong T_d^i \quad (1.34)$$

A partir de ces éléments, il est possible de déterminer les différentes inconnues du système [Garcia 01a, Garcia 01c, Marzani 02].

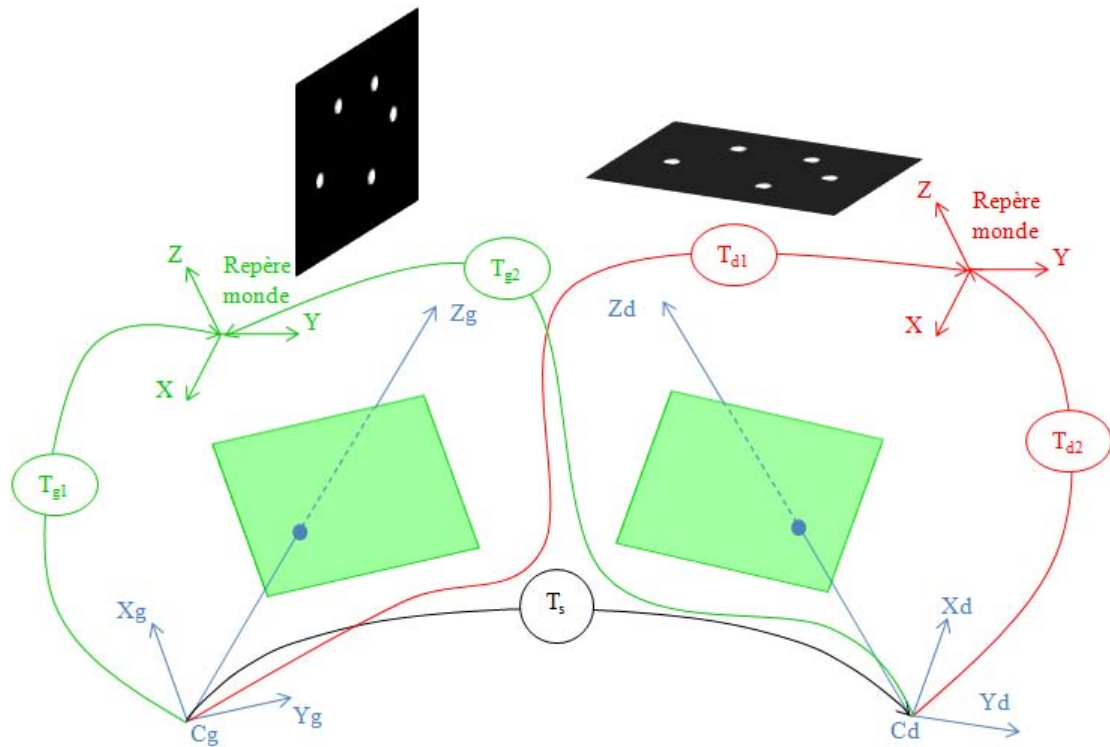


FIG. 1.10 – Calibrage d'un capteur de stéréovision

1.4.3 Mesure 3D de champs de déplacements

La technique de stéréovision permet de mesurer l'évolution de la forme 3D d'un objet en enregistrant plusieurs paires stéréoscopiques à différents états de sollicitation de cet objet. La corrélation d'images permet quant à elle de déterminer le champ de déplacement surfacique dans le plan de la caméra d'un objet en enregistrant une image à chaque état de déformation de cet objet. En combinant ces deux techniques, il est possible de déterminer le champ de déplacement tridimensionnel en tout point de la surface de l'objet étudié.

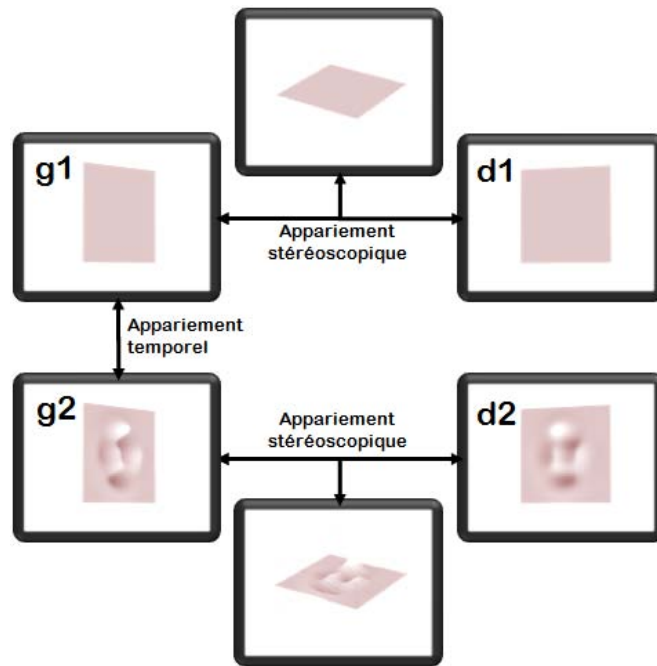


FIG. 1.11 – Détermination du champ de déplacements 3D par stéréo-corrélation

Le principe de la méthode est résumé sur la figure 1.11 dans le cas de deux paires stéréoscopiques (une avant déformation et une après). A l'état initial, une paire d'images stéréoscopiques est utilisée pour reconstruire l'objet au repos par un appariement stéréoscopique (étape 1). Une seconde paire d'images est prise lorsque l'objet est déformé et un appariement temporel est effectué sur les images de la caméra de gauche (à l'état initial et à l'état déformé) comme décrit dans la partie 1.3 (étape 2). Enfin, un nouvel appariement stéréoscopique est réalisé sur les images de la caméra de droite et de la caméra de gauche à l'état déformé (étape 3) [Garcia 01a, Cornille 05].

Les techniques de corrélation d'images et de stéréo-corrélation permettent des mesures en grandes déformations ($> 100\%$). Néanmoins, lorsque la déformation dépasse 20%, il est difficile d'effectuer un appariement temporel direct. Dans ce cas, il est nécessaire d'acquérir plusieurs paires d'images entre l'état initial et l'état déformé n et d'effectuer le calcul, non

pas entre l'état initial et l'état déformé n , mais entre l'état déformé $n - 1$ et l'état déformé n .

1.4.4 Applications de la Stéréo-corrélation d'images

De par la facilité de mise en œuvre, notamment en terme de préparation de surface, sa non-intrusivité, et la possibilité d'utilisation à différentes échelles, la méthode de stéréo-corrélation d'images propose une multitude d'applications sur différents matériaux et structures.

– Roche

L'étude réalisée par Berthaud [Berthaud 97] est consacrée à l'analyse expérimentale des localisations de contraintes dans des éprouvettes de roche en compression uniaxiale. Deux techniques sont utilisées dans cette étude : la stéréo-corrélation d'images et l'interférométrie de Speckle. La stéréo-corrélation est également utilisée dans l'étude de Choi [Choi 97] pour déterminer le processus de rupture à l'échelle microscopique d'un béton. Jacobsson [Jacobsson 04] mesure le champ de déformations sur un béton lors d'un essai brésilien allant à la rupture. Des essais de traction sur des éprouvettes pré-entaillées de bétons réfractaires renforcés de fibres métalliques ont permis de déterminer le champ de déplacements de part et d'autre de la fissure [Garcia 01a]. Les études de Lecompte [Lecompte 06] et Robert [Robert 07] présentent une application de la stéréo-corrélation d'images pour la détection de fissures à la surface d'une poutre de béton en flexion.

– Polymère

Les essais de Garcia [Garcia 01b] concernent la mesure de déplacements 3D et le champ de déformations sur une membrane en élastomère lors d'un essai de gonflement. Schmidt [Schmidt 03] a réalisé des mesures de déplacements en dynamique lors de la rotation d'un pneu par le biais d'un stroboscope. Le comportement mécanique d'un caoutchouc de silicone est analysé par Meunier [Meunier 08]. Les échantillons sont soumis à différents tests homogènes : traction, cisaillement pur, compression, gonflement, ...

Des travaux sur des élastomères ont également été réalisés au Laboratoire Génie de Production. Des essais de caractérisations en quadruple cisaillement sur un élastomère ont été suivis par stéréo-corrélation d'images et par ESPI jusqu'à des niveaux de déformation élevés (figure 1.12). Les résultats expérimentaux ont pu être confrontés aux résultats issus d'un modèle éléments finis utilisant une loi de comportement hyperélastique de type Alexander [Mistou 04, Fazzini 07a]. Vialettes [Vialettes 05, Vialettes 06] a réalisé des mesures de champ de déplacement et de déformation lors d'essais de gonflement sur des films

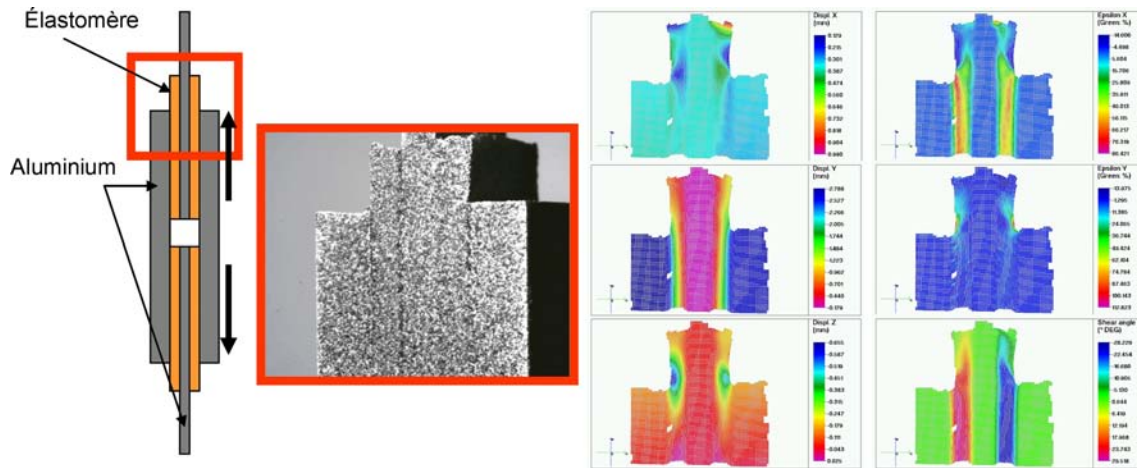


FIG. 1.12 – Champ de déformations sur un élastomères à 200% de déformation [Fazzini 07a]

polymères transparents de 50 μm d'épaisseur utilisés pour la fabrication des enveloppes des ballons pressurisés stratosphériques.

– Composite

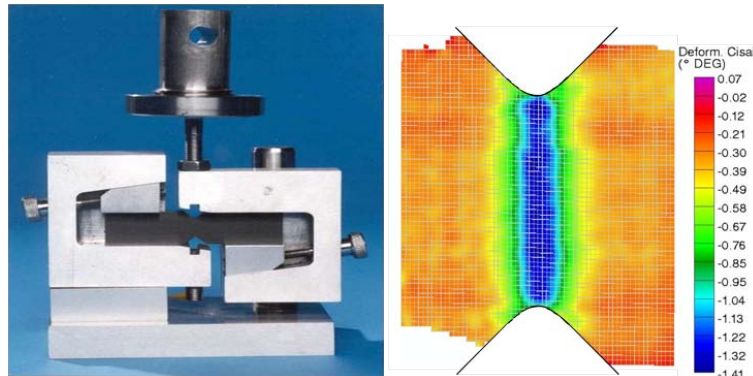


FIG. 1.13 – Cisaillement mesuré par stéréo-corrélation sur une éprouvette en carbone/epoxy lors d'un essai Iosipescu [Cazajus 06]

Les mesures de champ par stéréo-corrélation d'images sont également utilisées sur des composites. Compston [Compston 06] évalue les déformations subies par deux structures sandwich lors d'un essai d'impact. Nan [Nam 04] étudie un élastomère renforcé de fibre textiles et Owolabi [Owolabi 06] teste un composite à matrice métallique en chargement multiaxial cyclique. Le comportement mécanique d'une structure composite soumise à un essai de flexion est identifié par la confrontation des mesures réalisées par stéréo-corrélation et par capteurs à réseaux de Bragg [Mulle 09].

Des travaux sur des composites ont également été réalisés au Laboratoire Génie de Production. Les caractéristiques mécaniques à la rupture de pièces en carbone/epoxy ont été

évaluées lors d'essais Iosipescu [Cazajus 06] (figure 1.13). Karama [Karama 06] mesure les champs de déplacements et de déformations sur la surface latérale d'une poutre sandwich nid d'abeilles soumise à des sollicitations de flexion trois et quatre points pour la validation d'une modélisation par éléments finis.

– Métallique

Les matériaux pour lesquels les exemples d'applications sont les plus nombreux et variés restent les matériaux métalliques. Les études réalisées se situent aussi bien à l'échelle macroscopique que microscopique.

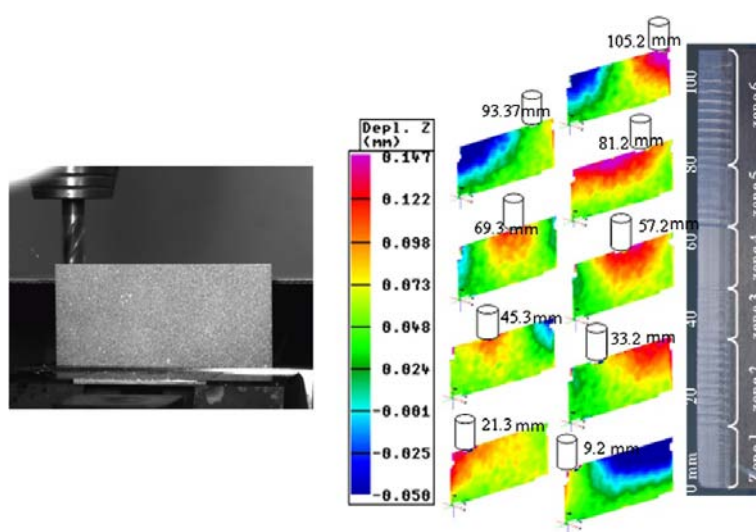


FIG. 1.14 – Champ de déplacement lors d'un usinage à grande vitesse (1s) [Fazzini 07b, Wehbe 07]

En effet, Cornille [Cornille 05] utilise la stéréovision à l'aide d'images issues d'un Microscope Électronique à Balayage pour reconstruire les détails d'une pièce de monnaie. Davies [Davies 01], Larsson [Larsson 04], Lockwood [Lockwood 99] ou Schreier [Schreier 04] utilisent également des images de Microscope Électronique à Balayage pour déterminer les déplacements et déformations sur des surfaces microscopiques.

A l'échelle macroscopique, Andresen [Andresen 99] et Garcia [Garcia 01a, Garcia 02] mettent en œuvre des essais afin de suivre les déplacements et déformations lors de l'emboutissage de plaques minces. Abbassi [Abbassi 07], identifie le comportement de tôles minces destinées à la mise en forme des pièces mécaniques par déformation plastique.

Le comportement de parois minces en fraisage radial est mis en évidence par la combinaison de mesures par stéréo-corrélation associées à un stroboscope et des mesures fréquentielles ponctuelles par accéléromètres [Fazzini 07b, Wehbe 07] (figure 1.14).

1.5 Conclusion

Il existe aujourd'hui de nombreuses méthodes de mesure de déplacements et de déformations et les méthodes optiques remplacent de plus en plus les techniques ponctuelles d'extensométrie classiques. Leurs performances en terme de résolution, de résolution spatiale, de facilité de mise en œuvre et leur absence de contact, en font des outils robustes et fiables. Parmi ces techniques, la corrélation d'images et la stéréo-corrélation d'images font partie des méthodes les plus courantes, en témoignent les applications nombreuses et variées citées précédemment.

Chapitre 2

Caractérisation du système de corrélation d'images 2D

Sommaire

2.1	Introduction	52
2.2	Méthodes d'évaluation et d'analyse des résultats	52
2.3	Transformation mécanique	54
2.3.1	Traction/compression	54
2.3.2	Cisaillement	62
2.3.3	Translation pure	64
2.4	Paramètres logiciel	68
2.4.1	Taille de fenêtre de corrélation	68
2.4.2	Mode de calcul (Step / Total)	69
2.5	Paramètres de l'image	71
2.5.1	Taille du mouchetis	71
2.5.2	Bruit	73
2.5.3	Saturation	75
2.5.4	Codage	77
2.6	Conclusion	78

2.1 Introduction

La Stéréo-corrélation d'images est une technique de mesure de champs de déplacements combinant la corrélation d'images bidimensionnelle et la stéréovision. Afin de caractériser cette technique de mesure, nous nous intéressons tout d'abord dans ce chapitre, à la caractérisation de la méthode de corrélation d'images. Dans le but d'évaluer les systèmes de corrélations d'images numériques en général et le logiciel en particulier, des images synthétiques sont utilisées afin de comparer les déplacements mesurés par le logiciel Aramis 2D [Ara 06] et les déplacements théoriques imposés lors de la création de ces images. L'évaluation des systèmes de corrélation d'images à partir d'images réelles, n'apportant pas plus d'informations et beaucoup de contraintes comme nous le verrons dans le chapitre suivant lors de la caractérisation de notre système en stéréo-corrélation à partir d'images réelles, a été abandonnée. La finalité est d'évaluer l'incertitude de mesure du système de corrélation d'images en fonction des déplacements, déformations et gradients de déformations mesurés.

2.2 Méthodes d'évaluation et d'analyse des résultats

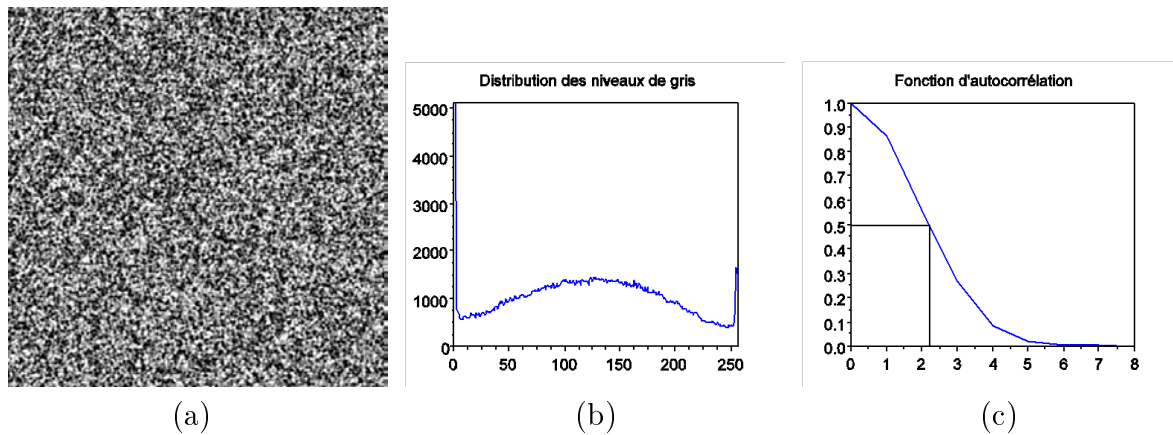


FIG. 2.1 – Exemple d'image synthétique (a), et histogramme de niveaux de gris (b) et fonction d'autocorrélation (c) correspondant

Des calculs de corrélation d'images avec Aramis 2D [Ara 06] sont réalisés sur des images synthétiques de 512×512 pixels créées à l'aide du logiciel TexGen [Orteu 06]. Ces images sont générées grâce à une fonction continue de niveaux de gris créée à partir d'un bruit de Perlin. Cette fonction permet de simuler un mouchetis aussi réaliste que possible réparti sur 256 niveaux de gris (figure 2.1 (a) et (b)), avec un rayon de tache moyen choisi et estimé à 2,2 pixels. Ce rayon d'autocorrélation (ou taille moyenne des taches) est donné

par la demi-hauteur de la fonction d'autocorrélation centrée et normée présentée dans le chapitre suivant (figure 2.1 (c)). Notons que la répartition des niveaux de gris présente une saturation en noir et en blanc non contrôlable, visible sur l'histogramme de niveaux de gris (figure 2.1 (b)) et identifiable par un pic en 0 et un pic en 255. A cette fonction continue de niveaux de gris, on applique la transformation mécanique U désirée. Pour créer les images déformées, le niveau de gris de chaque pixel de position x de l'image déformée est donné par le niveau de gris du pixel de position X dans l'image initiale, obtenu par la transformation inverse $u(x) = X$.

Les déplacements sont mesurés au centre de fenêtres de corrélation carrées de dimension D avec un intervalle horizontal et vertical correspondant à D , évitant ainsi tout recouvrement. L'erreur-type ou RMS (Root Mean Square Error) définie par la relation 2.1, est calculée sur toute l'image pour l'analyse globale et sur les points subissant la même sollicitation (déplacement, déformation et gradient de déformation) pour une étude locale. Cette méthode de calcul est appliquée pour les déplacements et pour les déformations.

$$RMS(X) = \sqrt{\frac{\sum_n (X_{mes} - X_{th})^2}{n}} = \sqrt{\frac{n-1}{n} \sigma^2(X) + \overline{\Delta X}^2} \quad (2.1)$$

Avec :

- $\sigma(X) = \sqrt{\frac{n \sum_n (X_{mes} - X_{th})^2 - (\sum_n (X_{mes} - X_{th}))^2}{n(n-1)}}$ l'écart-type correspondant à l'erreur aléatoire,
- $\overline{\Delta X} = \frac{1}{n} \sum_n (X_{mes} - X_{th})$ la moyenne des erreurs correspondant à l'erreur systématique.

Le RMS est une composition de l'écart-type et de la moyenne des erreurs, donc une composition de l'erreur aléatoire et de l'erreur systématique. Suivant le type d'analyse global ou local effectué par la suite, nous verrons que, de par les caractéristiques de la sollicitation appliquée, le RMS est « piloté » principalement soit par l'erreur aléatoire (analyse globale) soit par l'erreur systématique (analyse locale).

Les différents paramètres testés dans cette étude sont des paramètres susceptibles d'influencer les résultats et contrôlables par l'interface du logiciel ou par manipulation des images. Les paramètres liés aux images sont :

- la taille du speckle,
- le bruit (bruit blanc gaussien sur chaque pixel d'écart type 0 à 8 niveaux de gris),
- la saturation (simulation d'images surexposées à la lumière),
- le type de codage de l'image (simulation d'images plus ou moins contrastées).

Les paramètres liés au logiciel sont :

- taille de fenêtre de corrélation,
- option de calcul (total : image n comparée à n_0 , step : image n comparée à $n-1$).

Les paramètres liés à la transformation mécanique sont :

- déplacement rigide : translation pure,
- déplacement incluant une déformation : traction/compression, cisaillement.

2.3 Transformation mécanique

2.3.1 Traction/compression

2.3.1.1 Analyse globale

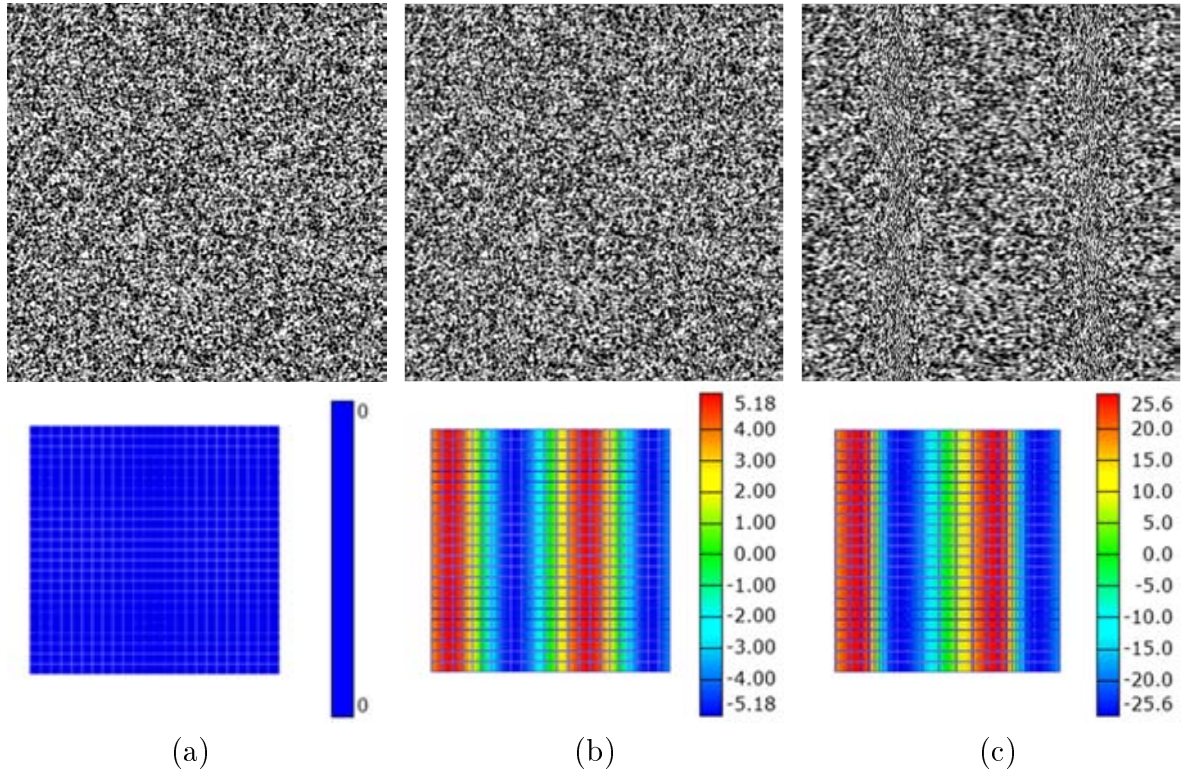


FIG. 2.2 – Exemples d'images synthétiques : référence (a) et déformée ($p=260$ pixels, (b) $\alpha=0.02$, (c) $\alpha=0.1$) et leur champ de déplacement suivant x correspondant

Dans notre cas, une série de 28 images est utilisée avec un mouchetis parfait (sans bruit) auquel on impose un déplacement sinusoïdal unidirectionnel défini par la relation 2.2. Cette sollicitation permet de tester dans un nombre réduit d'images un très grand nombre de combinaisons déplacements / déformations / gradients de déformations et d'analyser

les relations entre l'erreur de mesure et la fréquence spatiale. Quelques exemples d'images sont donnés figure 2.2.

$$\underline{U}(x) = \alpha p \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (2.2)$$

$$\underline{U}_{,x}(x) = \frac{\partial \underline{U}}{\partial x} = 2\pi\alpha \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x = U_{,x}^{Max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (2.3)$$

$$\underline{U}_{,xx}(x) = \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial x^2} = \frac{-4\pi^2\alpha}{p} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x = -U_{,xx}^{Max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (2.4)$$

avec $p \in \{10, 20, 30, 60, 130, 260, 510\}$ la période en pixels

$\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.02\}$ le rapport de l'amplitude du déplacement a sur la période ($\alpha = \frac{a}{p}$), c'est l'amplitude de la déformation

Les différentes valeurs de α et p permettent de simuler différents niveaux de déformations. La déformation est d'autant plus grande que le paramètre α est grand. On obtient par exemple pour $\alpha = 0,001$ une déformation maximale de 0,63% et pour $\alpha = 0,02$ une déformation maximale de 12,57%. La valeur de la période p permet de faire varier le gradient de la déformation et la fréquence spatiale du déplacement. La déformation est d'autant plus homogène (faible gradient) que le paramètre p est grand.

p (pixel)		10	20	30	60	130	260	510
$\alpha = 0.02$ (pixel)		1	2	3	4	5	6	7
	U (pixel)	0.2	0.4	0.6	1.2	2.6	5.2	10.2
	$U_{,x}$	0.1257	0.1257	0.1257	0.1257	0.1257	0.1257	0.1257
	$U_{,xx}(\text{pixel}^{-1})$	0.0789	0,0394	0,0263	0,0132	0,0061	0,0030	0,0015
$\alpha = 0.01$ (pixel)		8	9	10	11	12	13	14
	U (pixel)	0.1	0.2	0.3	0.6	1.3	2.6	5.1
	$U_{,x}$	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628
	$U_{,xx}(\text{pixel}^{-1})$	0,0395	0,0197	0,0132	0,0066	0,0030	0,0015	0,0008
$\alpha = 0.005$ (pixel)		15	16	17	18	19	20	21
	U (pixel)	0.05	0.1	0.15	0.3	0.65	1.3	2.55
	$U_{,x}$	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314
	$U_{,xx}(\text{pixel}^{-1})$	0,0197	0,0099	0,0066	0,0033	0,0015	0,0008	0,0004
$\alpha = 0.001$ (pixel)		22	23	24	25	26	27	28
	U (pixel)	0.01	0.02	0.03	0.06	0.13	0.26	0.51
	$U_{,x}$	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063
	$U_{,xx}(\text{pixel}^{-1})$	0,0039	0,0019	0,0013	0,0007	0,0003	0,0002	0,0001

TAB. 2.1 – Répartition de la déformation maximale dans les images

Un premier calcul avec les valeurs initiales pour chaque paramètre (calculs effectués en total avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels, sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2,2$ pixels et ne présentant aucun bruit) est effectué sur les 28 images de la série de référence avec des amplitudes et des périodes réparties suivant le tableau 2.1. Ce calcul va permettre de déterminer l'influence de la transformation sur l'erreur en déplacement et en déformation.

Déplacements

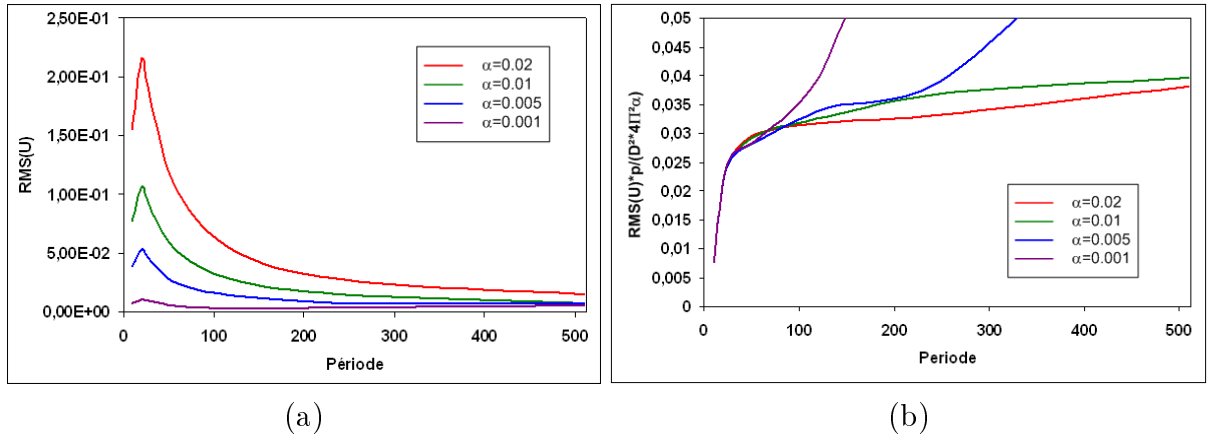


FIG. 2.3 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels.

Les résultats de ce calcul permettent d'obtenir les courbes de la figure 2.3 qui mettent en évidence l'influence de la déformation sur le $RMS(U)$. En effet, nous observons une hausse de $RMS(U)$ lorsque l'amplitude de déformation α augmente. Ce phénomène est surtout visible pour les petites périodes puisque les écarts entre les $RMS(U)$ ont tendance à s'atténuer lorsque la période augmente. La figure 2.3 (b) permet de mettre en évidence la relation entre $RMS(U)$ et le gradient de déformation maximal $U_{,xx}^{Max}$ normalisé par la surface de la fenêtre de corrélation D^2 . Cette normalisation permet d'obtenir des résultats indépendants de la taille de la fenêtre de corrélation D . On observe un comportement asymptotique des courbes pour les plus grandes déformations homogènes de notre étude, c'est à dire pour les résultats correspondants aux α les plus élevés. Dans ce cas, l'erreur est contrôlée par le second gradient du déplacement $U_{,xx}$.

Ce régime est réparti sur trois zones distinctes [Bornert 06, Orteu 07b, Orteu 07a, Bornert 09]. Dans la première, correspondant à $p \leq D$, l'algorithme de corrélation ne mesure rien puisque toute l'information est contenue dans la fenêtre de corrélation D et le $RMS(U)$ correspond au RMS propre au déplacement ($\frac{RMS}{D^2 U_{,xx}^{Max}} = \frac{p^2}{4\sqrt{2}\pi^2 D^2}$). Pour des périodes élevées, de l'ordre de $5D$ ou plus, les courbes atteignent une valeur asymptotique k_a indépendante de α lorsque α est grand. Cette valeur asymptotique permet d'estimer l'erreur

liée au gradient de déformation. Lorsque α est petit, nous observons une divergence de la courbe correspondant à l'erreur liée à la numérisation. Lors de la transition, lorsque la période est comprise entre D et $5D$, $RMS(U)$ décroît de manière monotone avec p , l'asymptote est atteinte par toutes les courbes.

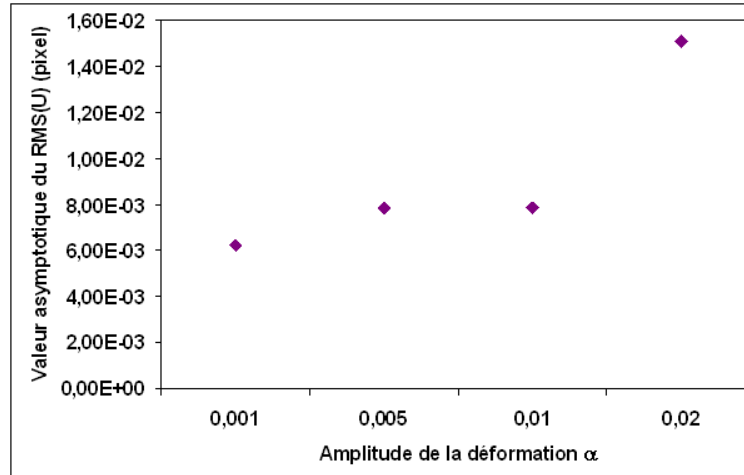


FIG. 2.4 – Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$ en fonction de la déformation.

La figure 2.4 représente la valeur asymptotique du $RMS(U)$ (lorsque $p = 510$) en fonction du paramètre α qui est proportionnel à l'amplitude de la déformation. Pour les déformations homogènes et lorsque $\alpha \leq 0,01$ soit une déformation inférieure à 6%, le $RMS(U)$ est constant à environ 7.10^{-3} pixels. Nous remarquons ensuite que l'erreur a tendance à augmenter lorsque la déformation est plus importante, pour $\alpha > 0,01$ (12,5%).

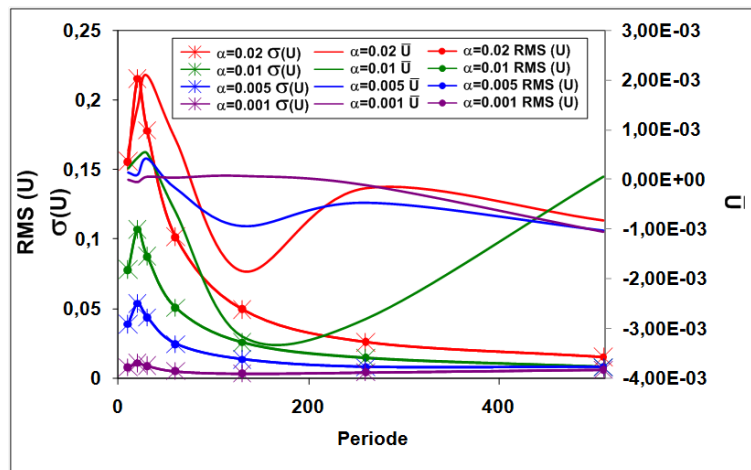


FIG. 2.5 – $RMS(U)$, $\sigma(U)$ et \bar{U} en fonction de la période p

Le graphique présent sur la figure 2.5 correspond à l'évolution du $RMS(U)$, de l'écart

type $\sigma(U)$ (erreur aléatoire) et de la moyenne \bar{U} (erreur systématique) en fonction de la période p . Nous constatons que les courbes du $RMS(U)$ et de $\sigma(U)$ sont superposées, alors que la moyenne est proche de 0. Dans ce cas, le $RMS(U)$ est piloté par l'erreur aléatoire puisque pour un nombre entier de période, l'erreur systématique est nulle.

La même étude est réalisée sur les déplacement verticaux V qui sont ici théoriquement nuls. Le graphique de la figure 2.6 montre l'évolution du $RMS(V)$ en fonction de la période p . Les courbes obtenues dans cette direction suivent la même allure que les courbes du $RMS(U)$, mais en présentant des valeurs dix fois plus faibles. On obtient une valeur asymptotique pour le $RMS(V)$ d'environ 5.10^{-3} pixels quelque soit la déformation α .

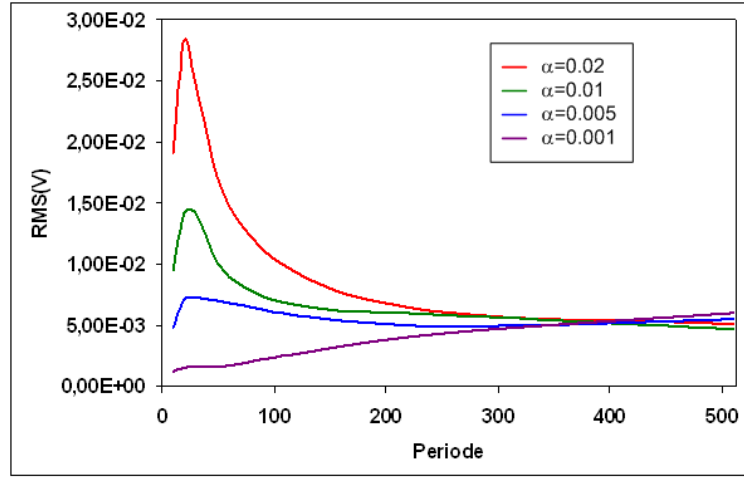


FIG. 2.6 – $RMS(V)$ en fonction de p pour tous les paramètres fixés à leur valeur initiale

Déformations

La documentation du logiciel Aramis [Ara 06] indique que les déformations sont calculées à partir de l'allongement λ relatif d'un petit élément. L'interface du logiciel nous permet de choisir la valeur du pas de calcul. La plus petite valeur utilisable par le logiciel Aramis est 3. Ainsi, lorsque nous nous plaçons dans cette configuration, nous pouvons écrire les expressions des déformations du point de position x_n où l'on souhaite déterminer la déformation axiale, en fonction de la position x_{n-1} et x_{n+1} et des déplacements u_{n-1} et u_{n+1} des points voisins.

$$\lambda = \lim_{l \rightarrow 0} \left(\frac{l + \Delta l}{l} \right) = 1 + \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2s} \quad (2.5)$$

avec $s = x_{n+1} - x_n = x_n - x_{n-1}$.

Les déformations sont alors calculées en fonction de λ selon différentes méthodes :

– déformation technique :

$$\varepsilon^T = f(\lambda) = \lambda - 1 = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2s} \quad (2.6)$$

– déformation de Green :

$$\varepsilon^G = f(\lambda) = \frac{1}{2}(\lambda^2 - 1) = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2s} + \frac{(u_{n+1} - u_{n-1})^2}{8s^2} \quad (2.7)$$

Nous retrouvons pour les déformations ε^T et ε^G la formulation des différences finies centrées.

Les résultats présentés ici correspondent aux calculs effectués en total (par rapport à l'image de référence) avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels, sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2,2$ pixels et ne présentant aucun bruit. Nous avons relevé les valeurs des déformations calculées suivant ces deux méthodes et nous avons calculé le $RMS(\varepsilon)$ en testant différentes façons de calculer les déformations théoriques : calcul exact, différences finies centrées, avant et arrière.

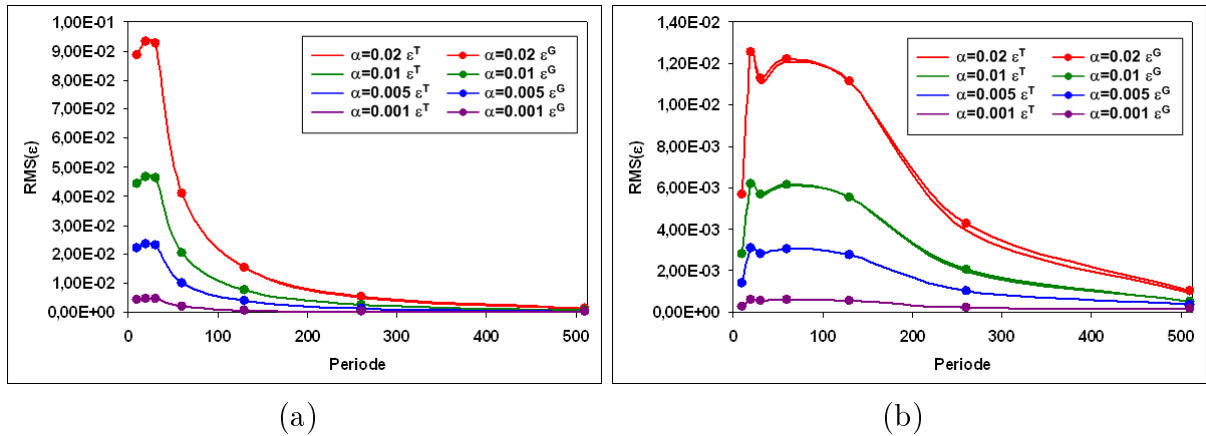


FIG. 2.7 – $RMS(\varepsilon^T)$ et le $RMS(\varepsilon^G)$ en fonction de la période p calculées à partir du calcul exact (a), des différences finies centrées (b).

Les deux graphiques de la figure 2.7 représentent le $RMS(\varepsilon^T)$ et le $RMS(\varepsilon^G)$ en fonction de la période p pour les différentes amplitudes α avec pour le calcul des déformations théoriques :

- la valeur ponctuelle exacte (figure 2.7 (a)) issue de l'équation 2.3 du gradient de déplacement,
- les différences finies centrées (figure 2.7 (b)), relations 2.6 et 2.7.

Nous remarquons que les courbes représentant les $RMS(\varepsilon^T)$ et les $RMS(\varepsilon^G)$ se superposent quelle que soit la méthode de calcul envisagée et que le graphique correspondant

aux différences finies centrées présente des erreurs bien inférieures à la première méthode. Pour les déformations homogènes $p = 510$ et quel que soit α , le $RMS(\varepsilon)$ est inférieur à environ 1.10^{-3} . Pour les déformations hétérogènes (fort gradient de déformation) lorsque p est petit, le $RMS(\varepsilon)$ est égal à environ 10% de l'amplitude maximale de déformation mesurée. Le $RMS(\varepsilon)$ dépend du gradient de déformation $U_{,xx}$, mais de façon moins franche que pour le $RMS(U)$.

2.3.1.2 Analyse locale

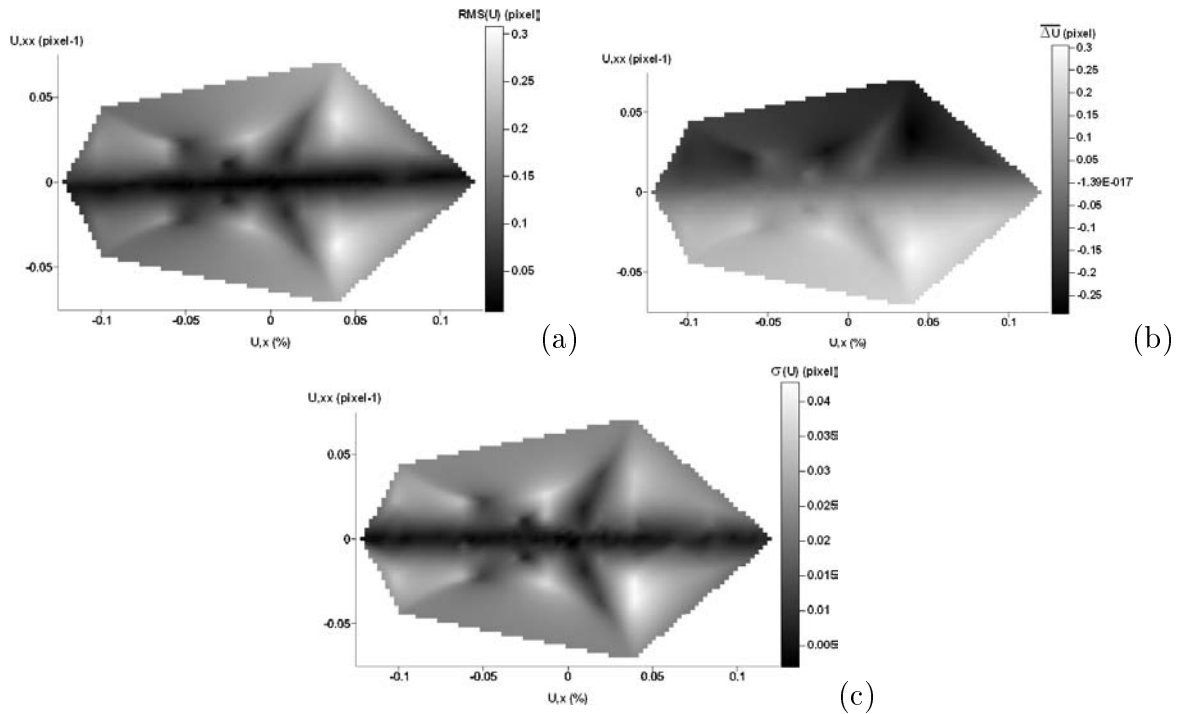


FIG. 2.8 – $RMS(U)$ (a), moyenne $\overline{\Delta U}$ (b) et écart-type $\sigma(U)$ (c) en fonction du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$

Nous allons maintenant nous intéresser aux relations entre le $RMS(U)$ (et $RMS(\varepsilon)$) et la transformation mécanique au niveau local. En effet, jusqu'à présent dans ce document, le RMS a été calculé sur toute l'image. Ici, nous le calculons pour chaque colonne (tous les points ayant la même abscisse) de chaque image correspondant à un seul déplacement, une seule déformation et un seul gradient de déformation, ce qui permet de déterminer l'influence du déplacement U , de la déformation $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$ sur l'erreur de mesure. Les résultats présentés ici correspondent aux calculs effectués en total avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels, sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2,2$ pixels et ne présentant aucun bruit. Les mêmes

tendances amenant aux mêmes conclusions sont observées lorsque l'on fait varier un de ces paramètres.

Nous remarquons figure 2.8, que l'erreur RMS en déplacement est peu sensible aux variations du gradient de déplacement $U_{,x}$ mais dépend principalement du second gradient du déplacement $U_{,xx}$. Notons également que l'écart type $\sigma(U)$ est faible devant la moyenne $\overline{\Delta U}$. Le $RMS(U)$ est donc principalement contrôlé par l'erreur systématique.

Déplacements

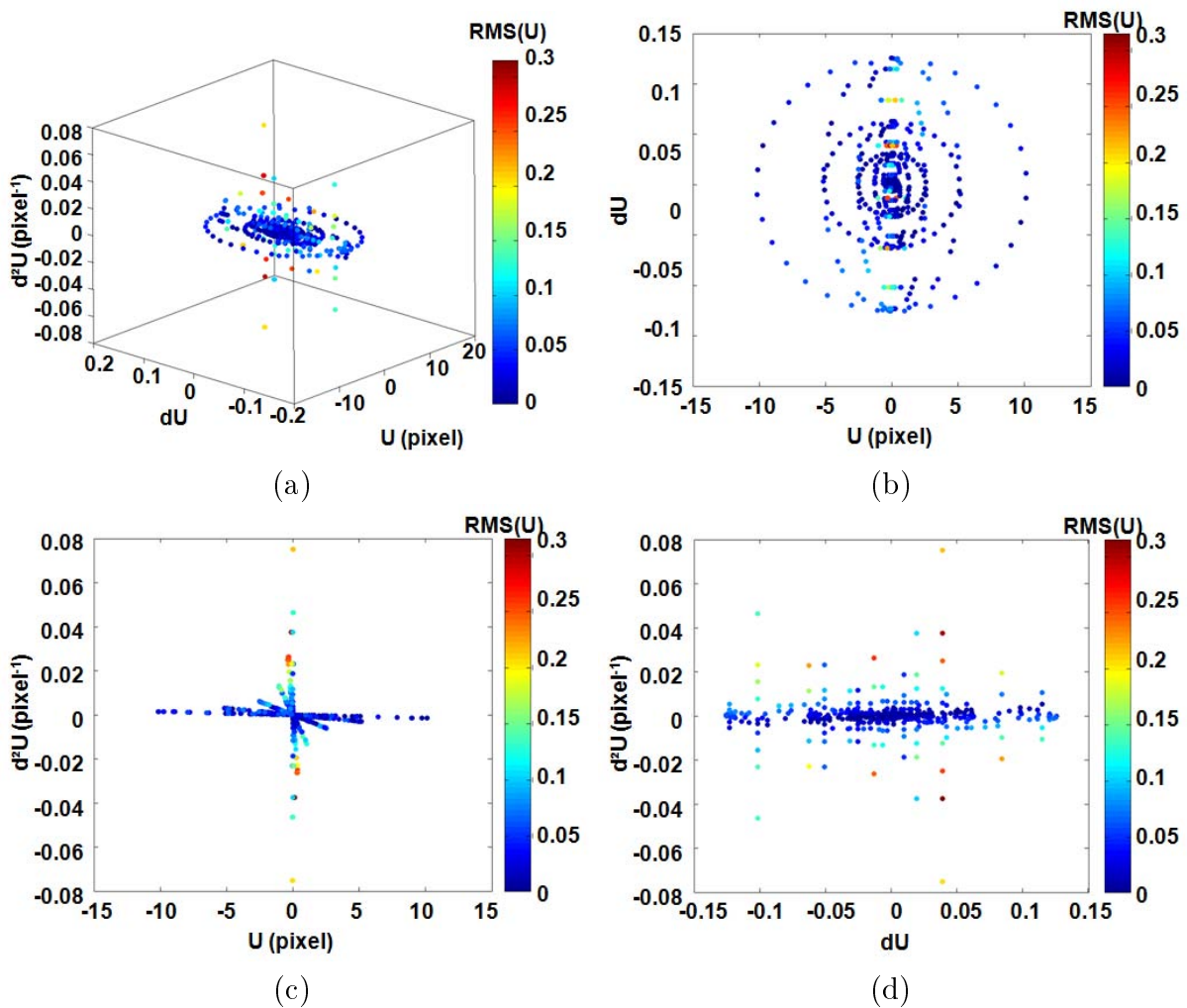


FIG. 2.9 – $RMS(U)$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud^2U (c), Vue plan dUd^2U (d).

Sur la figure 2.9, sont présentés les 840 réponses correspondantes au traitement local du déplacement à partir des 28 images de 512 pixels avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels. Les formes circulaires présentes sur les plans UdU et dUd^2U (et surtout visibles sur

le plan UdU) sont dues au fait que nous traçons un sinus (U et d^2U) en fonction d'un cosinus (dU) correspondant à l'équation paramétrique d'un cercle. Le troisième plan (Ud^2U) représente des lignes droites puisque U et d^2U sont des sinus et sont donc proportionnelles. Le traitement avec une fenêtre de 16 (30 résultats par image) des 28 images créées à partir de la fonction sinusoïdale couvre un ensemble de solution le plus souvent inscrit dans l'intervalle $RMS(U) < 0,05 \text{ pixels}$; $|U| < 5 \text{ pixels}$; $|U_{,x}| < 0,1$; $|U_{,xx}| < 0,01 \text{ pixels}^{-1}$; il est alors possible d'exploiter les résultats plus finement que pour l'analyse globale. Le $RMS(U)$ dépend principalement du second gradient du déplacement $U_{,xx}$. Quand le gradient de déformation $U_{,xx}$ est dans l'intervalle ci-dessus, c'est-à-dire dans le cas de déformations homogènes (cas le plus souvent observé expérimentalement), quel que soit le déplacement ou la déformation le $RMS(U)$ est toujours inférieur à 0,05 pixels ce qui correspond à une erreur moyenne en déplacement de 2,2%. Les erreurs $RMS(U)$ les plus fortes sont obtenues pour une combinaison déplacement très faible ($U < 0,5 \text{ pixels}$), déformation moyenne ($U_{,x} \approx 0,04$), gradient de déformation important ($|U_{,xx}| > 0,02 \text{ pixels}^{-1}$), c'est-à-dire dans le cas de déformations hétérogènes, le $RMS(U)$ peut être six fois plus important.

Déformations

Sur la figure 2.10, sont présentées de la même façon les réponses correspondantes au traitement local pour les déformations calculées par différences finies centrées. Le traitement couvre un ensemble de solution le plus souvent inscrit dans l'intervalle $RMS(\varepsilon) < 0,01$; $|U| < 5 \text{ pixels}$; $|U_{,x}| < 0,1$; $|U_{,xx}| < 0,01 \text{ pixels}^{-1}$. Le $RMS(\varepsilon)$ dépend notamment mais pas exclusivement du second gradient du déplacement $U_{,xx}$. Quand le gradient de déformation $U_{,xx}$ est dans l'intervalle ci-dessus, c'est-à-dire dans le cas de déformations homogènes, quel que soit le déplacement ou la déformation le $RMS(\varepsilon)$ est toujours inférieur à 0,01 pixels ce qui correspond à une erreur moyenne en déformation de 6,5%. Les erreurs $RMS(\varepsilon)$ les plus fortes sont obtenues pour une combinaison déplacement très faible ($U < 0,5 \text{ pixels}$) et déformation importante ($U_{,x} > 0,1$), le $RMS(\varepsilon)$ peut être cinquante fois plus important. Nous sommes dans le cas d'un niveau de déformation trop important qui nécessiterait le calcul en mode « Step » (voir ci-après), c'est-à-dire par l'acquisition et le calcul d'un niveau de déformation intermédiaire.

2.3.2 Cisaillement

Nous avons effectué des calculs de corrélation d'images avec Aramis 2D [Ara 06] sur des images synthétique de 512×512 pixels créées à l'aide du logiciel TexGen [Orteu 06] identiques aux images de la série de référence utilisées précédemment, mais pour une

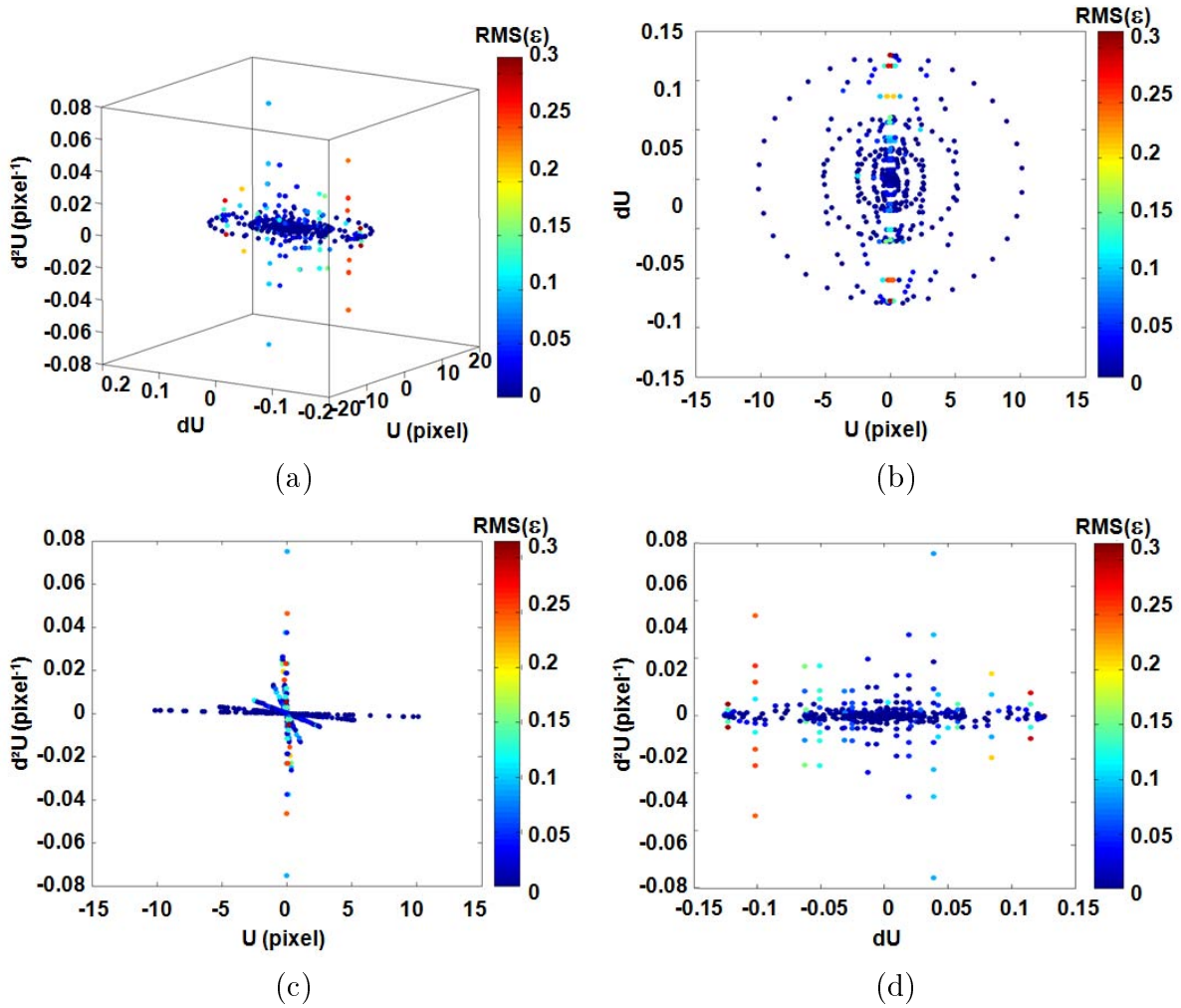


FIG. 2.10 – $RMS(\epsilon)$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud^2U (c), Vue plan dUd^2U (d).

déformation de cisaillement. Le déplacement sinusoïdal est défini par la relation 2.8 . Quelques exemples d'images sont donnés par la figure 2.11.

$$\underline{U}(\underline{x}) = \alpha p. \sin\left(\frac{2\pi y}{p}\right) \underline{e}_x \quad (2.8)$$

avec $p \in \{130, 260, 510\}$ la période en pixels

$\alpha \in \{0.005, 0.01, 0.02\}$ le rapport de l'amplitude sur la période ($\alpha = \frac{a}{p}$)

Les graphiques de la figure 2.12 représentent le RMS du déplacement dans la direction U ($RMS(U)$) en fonction de la période p et le rapport $RMS(U)$ sur le gradient de déformation maximal normalisé par la taille de la fenêtre au carré ($RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$) en fonction de la période p pour une analyse avec une fenêtre de 16 pixels.

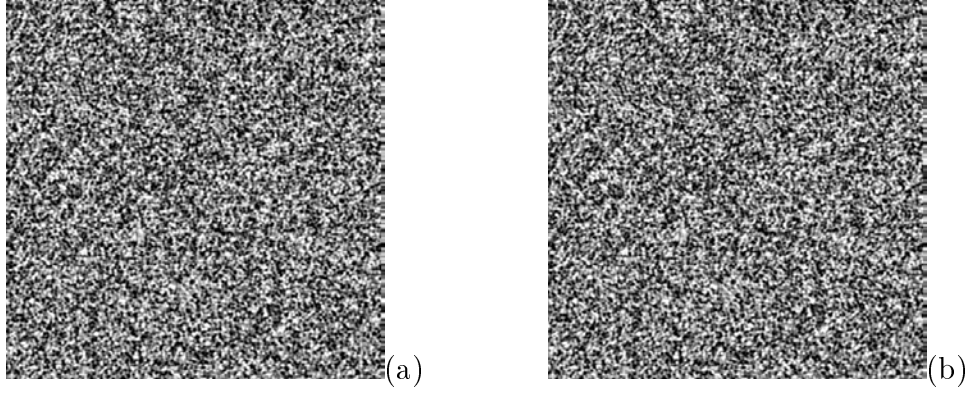


FIG. 2.11 – Exemples d'images synthétiques : référence (a) et déformée (b) $p=130$ pixels, $\alpha=0.02$

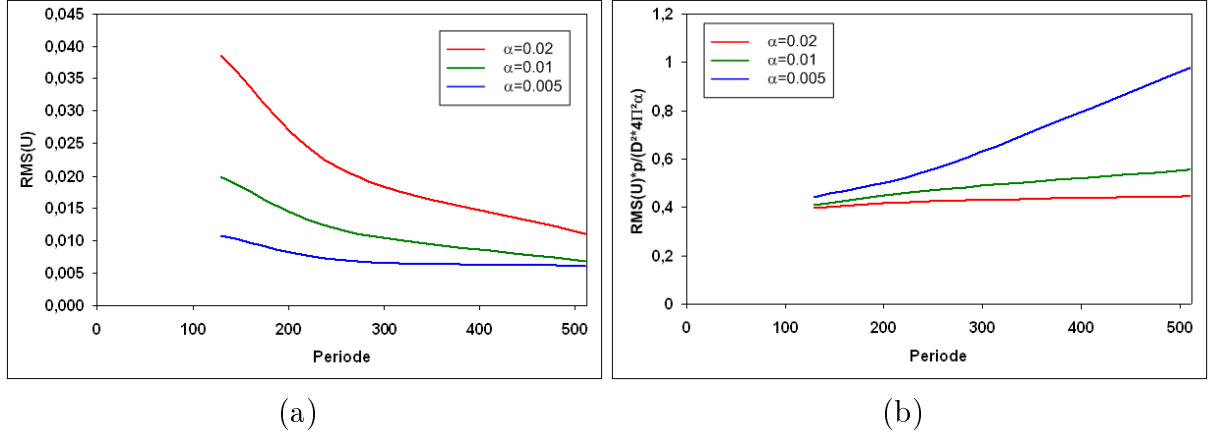


FIG. 2.12 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour les images en cisaillement

Nous retrouvons les mêmes tendances que dans l'étude avec des images simulant un déplacement sinusoïdal unidirectionnel : augmentation de l'erreur en déplacement dans la direction U lorsque l'amplitude du mouvement α augmente, valeur asymptotique atteinte sur les courbes représentant $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de p sauf lorsque α est faible.

2.3.3 Translation pure

Des images synthétiques simulant une translation pure dans les directions x et y ont été créées afin de déterminer l'erreur aléatoire et l'erreur systématique associées à la mesure. Cette technique est une méthode couramment rencontrée dans la littérature [Schreier 00, Schreier 02, Wattrisse 99]. La série est composée de 26 images : une image de référence identique à l'image de référence utilisée pour la transformation en sinus, et 25 images transformées pour lesquelles nous avons appliqué un déplacement à partir de la fonction continue de niveaux de gris (TexGen) de $-f/25$ pixels dans la direction x et $f/25$ pixels

image (f)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U (pixel)	0	-0,04	-0,08	-0,12	-0,16	-0,2	-0,24	-0,28	-0,32	-0,36
V (pixel)	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	0,24	0,28	0,32	0,36
image (f)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
U (pixel)	-0,4	-0,44	-0,48	-0,52	-0,56	-0,6	-0,64	-0,68	-0,72	-0,76
V (pixel)	0,4	0,44	0,48	0,52	0,56	0,6	0,64	0,68	0,72	0,76
image (f)	20	21	22	23	24	25				
U (pixel)	-0,8	-0,84	-0,88	-0,92	-0,96	-1				
V (pixel)	0,8	0,84	0,88	0,92	0,96	1				

TAB. 2.2 – Répartition du déplacement dans les images

dans la direction y , f étant le numéro de l'image (tableau 2.2).

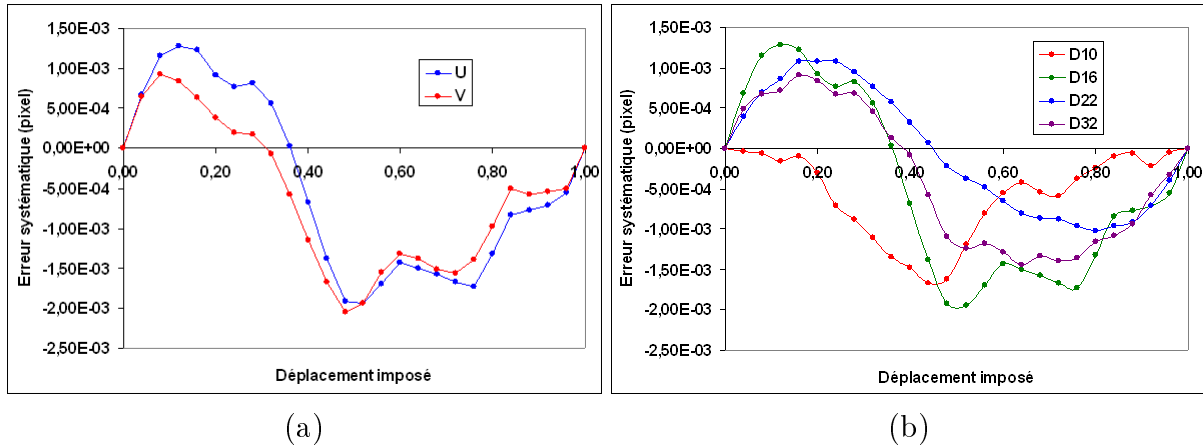


FIG. 2.13 – Erreur systématique dans les directions U et V pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et dans la direction U pour différentes tailles de fenêtre (b)

L'erreur systématique, correspondant à la moyenne des erreurs en déplacement dans les direction x et y ($\sum_n (U_{mes} - U_{th})/n$) pour les n points de l'image est représentée sur la figure 2.13 (a) pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels. Ces courbes, communément appelées courbes en « S », sont proches. La direction du mouvement n'a donc que peu d'influence sur l'erreur systématique.

La figure 2.13 (b) présente également l'erreur systématique mais cette fois, pour différentes tailles de fenêtre de corrélation. Nous remarquons que les courbes suivent la même tendance (en « S ») et sont relativement proches. La taille de la fenêtre de corrélation n'a donc que très peu d'influence sur l'amplitude de l'erreur systématique.

L'erreur aléatoire, représentée sur les figures 2.14 (a) et (b) correspond à l'écart-type du déplacement donné par la relation 2.9.

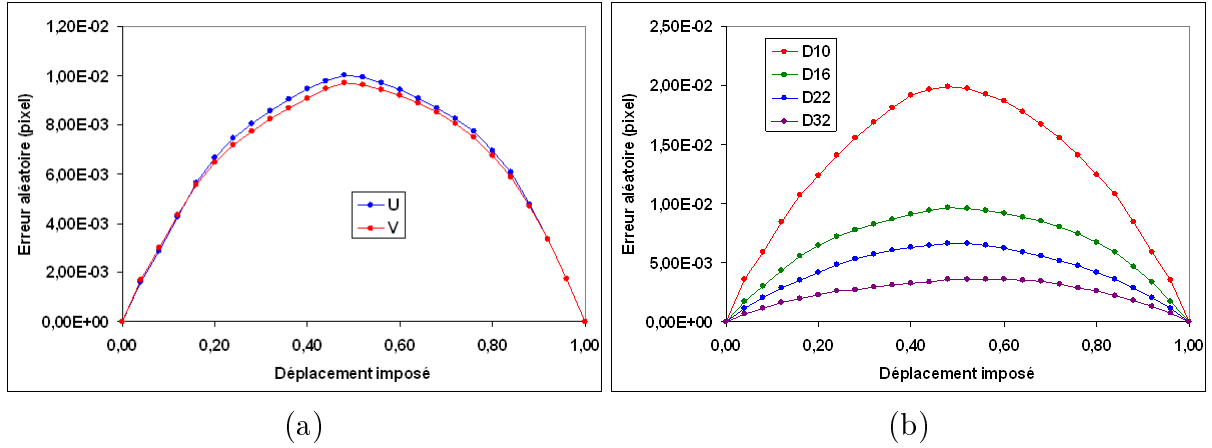


FIG. 2.14 – Erreur aléatoire pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b)

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{n \sum (X_{mes} - X_{th})^2 - (\sum (X_{mes} - X_{th}))^2}{n(n-1)}} \quad (2.9)$$

La figure 2.14 (a) révèle que la direction du mouvement n'a pas d'influence sur l'erreur aléatoire, alors que la figure 2.14 (b) montre que cette erreur est dépendante de la taille de fenêtre de corrélation D . En effet, les petites fenêtres ont tendance à accentuer l'erreur aléatoire.

image (f)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U (pixel)	-0,05	-0,10	-0,15	-0,20	-0,25	-0,30	-0,35	-0,40	-0,45	-0,5
image (f)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U (pixel)	-0,55	-0,60	-0,65	-0,70	-0,75	-0,80	-0,85	-0,90	-0,95	-1

TAB. 2.3 – Répartition du déplacement dans les images de la seconde série

La même démarche a été adoptée pour une seconde série d'images subissant une translation pure de $-f/20$ dans la direction x . Cette seconde série a cette fois été créée par interpolation bilinéaire de l'image de référence, f étant le numéro de l'image (tableau 2.3).

L'erreur systématique, correspondant à la moyenne des erreurs en déplacement dans la direction x ($\sum_n (U_{mes} - U_{th})/n$) pour les n points de l'image est représentée sur la figure 2.15 (a) pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels. La figure 2.15 (b) présente l'erreur systématique évaluée pour différentes tailles de fenêtre de corrélation. Nous pouvons remarquer que, dans ce cas, la non-influence de la taille de la fenêtre de corrélation est nettement plus visible. Les courbes suivent exactement le même profil en « S » et sont superposées.

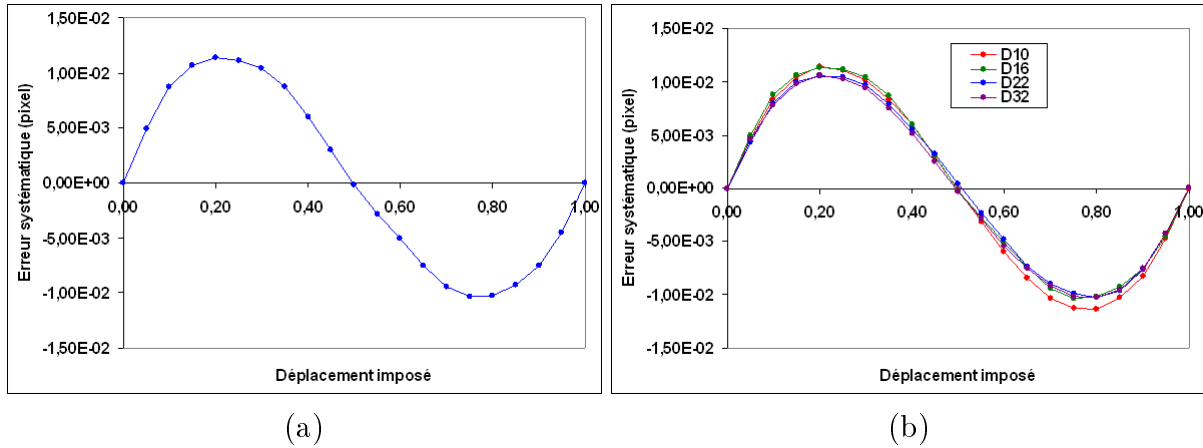


FIG. 2.15 – Erreur systématique pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b) sur les images de la seconde série

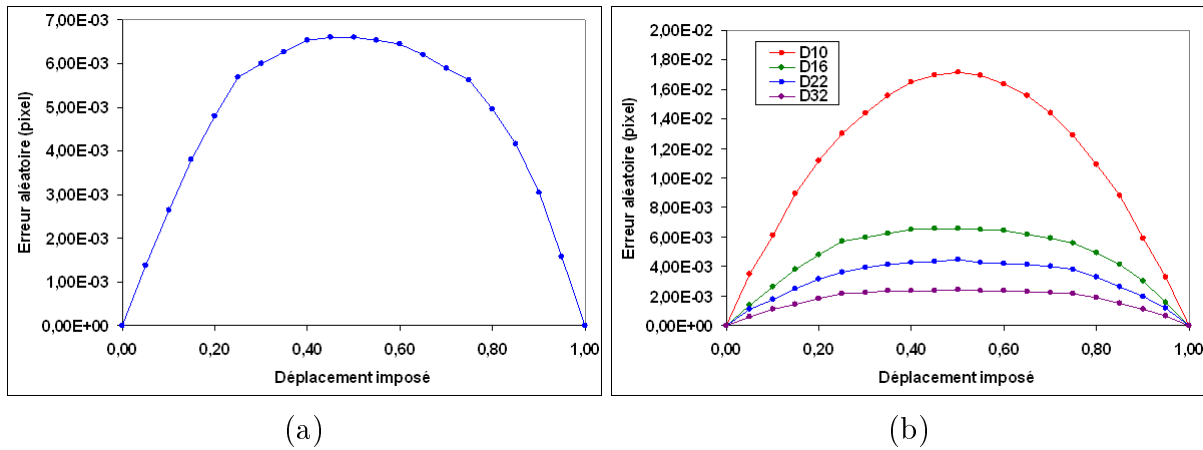


FIG. 2.16 – Erreur aléatoire pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour différentes tailles de fenêtre (b) sur les images de la seconde série

L'erreur aléatoire, représentée sur les figures 2.16 (a) et (b) correspond à l'écart-type du déplacement donné par la relation 2.9. Comme lors de l'analyse de la première série d'images, les figures mettent clairement en évidence l'influence de la taille de la fenêtre de corrélation D .

En comparant les courbes de l'évolution de l'erreur systématique (figure 2.17(a)) et de l'erreur aléatoire (figure 2.17(b)) pour les deux séries d'images et pour une fenêtre de 16 pixels, nous constatons que l'amplitude de la courbe de l'erreur systématique est plus importante pour la seconde série que pour la première. L'augmentation de l'erreur systématique peut être due à l'interpolation des niveaux de gris effectuée lors de la création des images. Le phénomène inverse est observé pour l'erreur aléatoire. Nous avons donc une forte influence de la création des images.

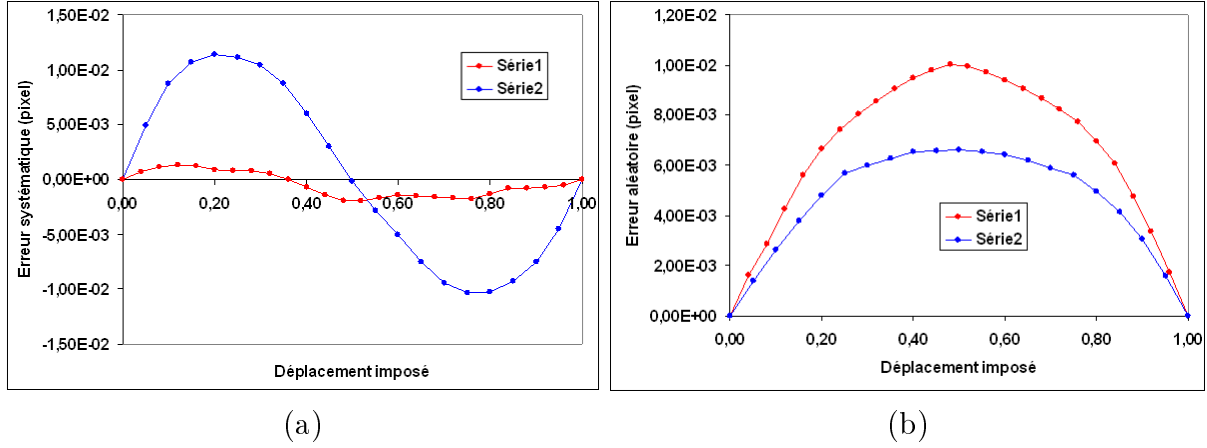


FIG. 2.17 – Évolution de l'erreur systématique (a) et de l'erreur aléatoire (b) pour les deux séries d'images en translation pure pour une fenêtre de 16 pixels

2.4 Paramètres logiciel

2.4.1 Taille de fenêtre de corrélation

Afin de tester l'influence de la taille de fenêtre de corrélation, 28 images ont été utilisées avec des amplitudes et des périodes réparties suivant le tableau 2.1. Les 4 tailles de fenêtre utilisées sont de 10, 16, 22 et 32 pixels. Tous les autres paramètres sont fixés à leur valeur initiale (calculs effectués en total sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2,2$ pixels et ne présentant aucun bruit).

Les graphiques des figures 2.18 et 2.19 représentant le $RMS(U)$ et $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ en fonction de la période p , révèlent une influence de la taille de la fenêtre de corrélation sur les erreurs en déplacement. En effet, on observe une erreur de plus en plus importante lorsque la taille de la fenêtre augmente.

Nous retrouvons les différents régimes décrits précédemment avec une accentuation des divergences dans les petites tailles de fenêtres. Dans ce cas, on se retrouve dans celui qui s'apparente à celui d'une translation pure, déjà étudié précédemment, et dont il est connu que l'erreur aléatoire décroît lorsque la taille de fenêtre D augmente.

Une analyse plus détaillée de la valeur asymptotique du $RMS(U)$ révèle qu'elle dépend majoritairement de la taille de la fenêtre de corrélation D . La figure 2.20 donne l'évolution de cette valeur asymptotique en fonction de la taille de fenêtre de corrélation pour les différentes amplitudes du déplacement imposé.

Nous remarquons que lorsque les calculs sont effectués avec une petite taille de fenêtre,

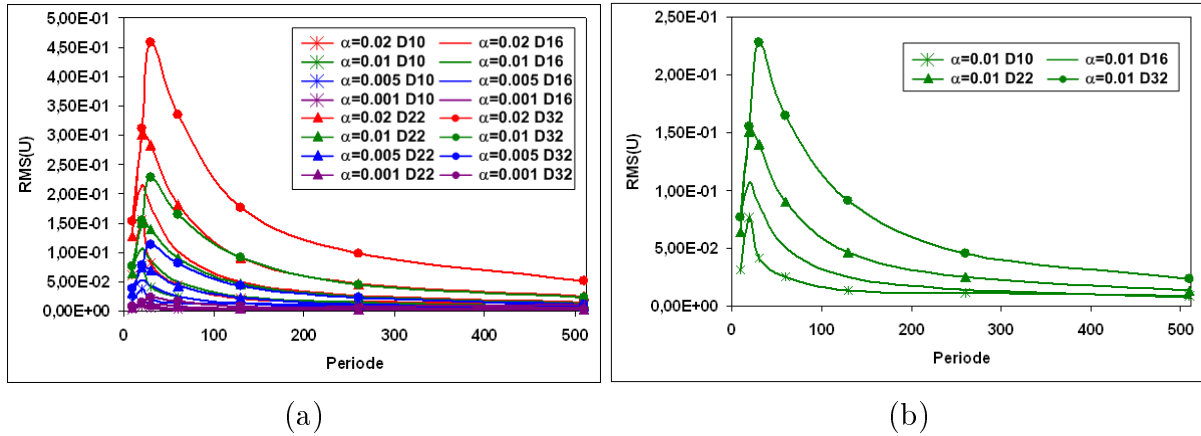


FIG. 2.18 – $RMS(U)$ en fonction de p avec une taille de fenêtre variable ((a) : tous les α , (b) : $\alpha = 0.01$)

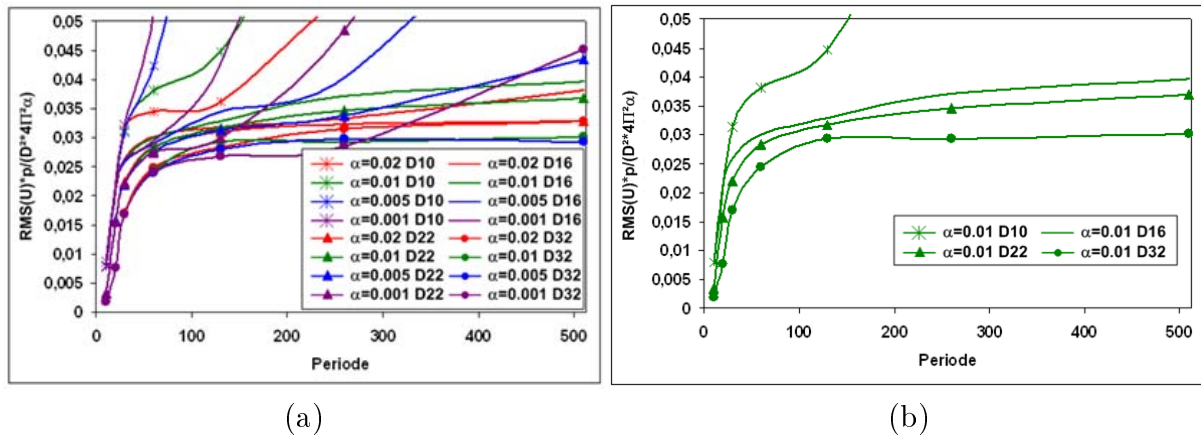
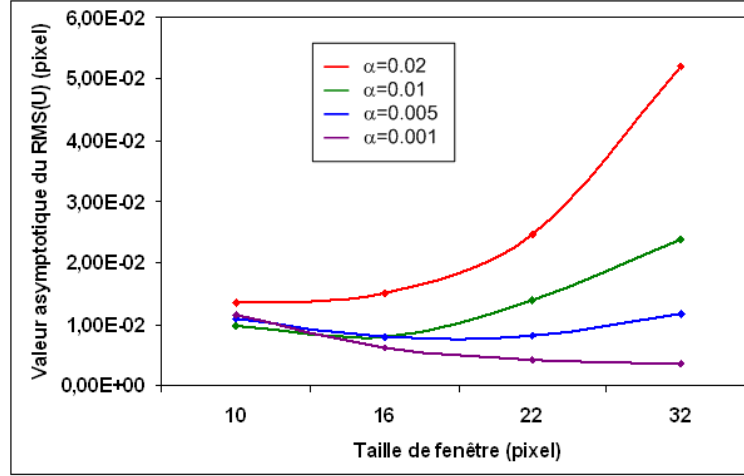
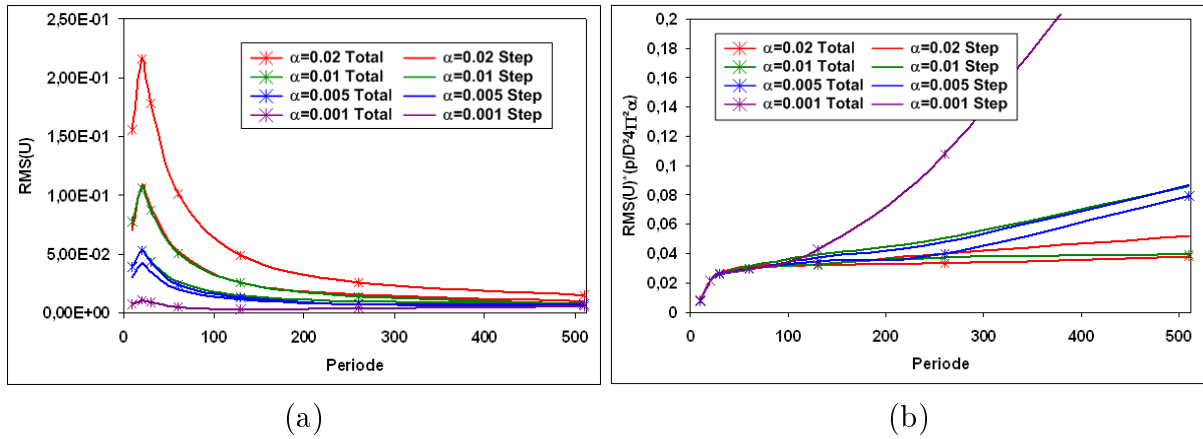


FIG. 2.19 – $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de p avec une taille de fenêtre variable ((a) : tous les α , (b) : $\alpha = 0.01$)

l'erreur est moins importante et l'influence de l'amplitude du déplacement devient négligeable. Néanmoins, nous pouvons remarquer que les courbes de la figure 2.18 n'atteignent pas toutes une valeur asymptotique. Les valeurs relevées dans le graphique de la figure 2.20 ne correspondent pas forcément aux valeurs asymptotiques qui ne devraient pas être gouvernées par α .

2.4.2 Mode de calcul (Step / Total)

Le mode de calcul « Step » revient à calculer les déplacements dans l'image n en la comparant à l'image $n - 1$. En mode « Total », le logiciel compare l'image n à l'image de référence. Les résultats présentés jusqu'à présent dans ce chapitre sont tous réalisés en mode « Total ». L'objectif est ici d'évaluer l'intérêt du mode « Step » pour la mesure de

FIG. 2.20 – Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$ FIG. 2.21 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour un calcul en « step » et un calcul en « total »

grandes déformations (pour $\alpha = 0,02$).

Afin de tester l'influence de ce paramètre, les 28 images décrites précédemment (tableau 2.1) ont été utilisées. Tous les paramètres sont fixés à leur valeur initiale (calculs effectués avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2,2$ pixels et ne présentant aucun bruit). La procédure de calcul consiste à effectuer 7 calculs de 4 images, les sept calculs correspondent à chaque période p , les quatre images correspondent à α croissant de 0,001 à 0,02 ; par exemple pour $p = 510$ on utilise dans l'ordre les images 28, 21, 14 et 7 (tableau 2.1) et l'image de référence. Le calcul en mode « Step » se fait donc en quatre étapes : l'image 28 comparée à l'image de référence, puis l'image 21 comparée à l'image 28, puis l'image 14 comparée à l'image 21 et enfin l'image 7 comparée à l'image 14. Lors du post-traitement, pour

visualiser par exemple les résultats de l'image 14, le logiciel cumule les résultats des 3 premiers calculs.

Les calculs effectués en « Step » montrent une meilleure précision pour $\alpha > 0,005$, c'est-à-dire pour une déformation supérieure à 3%. En effet, dès $\alpha = 0,01$ soit pour 6,28% de déformation le niveau d'erreur *RMS* obtenu en mode « Step » est équivalent au mode « Total » pour $\alpha = 0,005$, soit un gain double en « précision » (figure 2.21). En grandes déformations, lorsque le logiciel ne peut corrélérer deux images, le mode « Step » permet d'ajouter des étapes intermédiaires de calcul facilitant la corrélation.

2.5 Paramètres de l'image

2.5.1 Taille du mouchetis

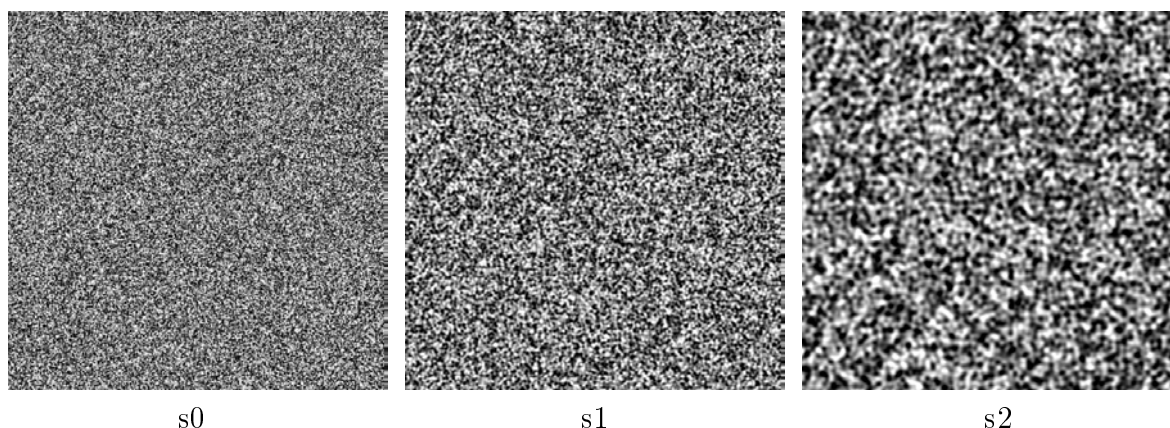


FIG. 2.22 – Présentation des trois tailles de mouchetis utilisées

Afin de tester l'influence de la taille du mouchetis, 9 images ont été utilisées avec des amplitudes et des périodes réparties suivant le tableau 2.4. Les 3 tailles de mouchetis utilisées sont représentées sur la figure 2.22. Tous les autres paramètres sont fixés à leur valeur initiale (calculs effectués en total avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels sur des images codées sur 8 bits ne présentant aucun bruit).

La figure 2.23 fournit les caractéristiques des trois images de référence utilisées : leurs histogrammes de niveaux de gris et fonctions d'autocorrélation centrées et normées. Le rayon d'autocorrélation (ou taille moyenne des taches) est donné par la demi-hauteur de la fonction d'autocorrélation. Les trois tailles utilisées correspondent à $r = 2,2$ pour la taille moyenne s1, $r/2$ pour le mouchetis plus fin s0 et $2r$ pour le mouchetis plus grossier s2.

		$p = 130$	$p = 260$	$p = 510$
$\alpha = 0.02$		1	2	3
	U	2.6	5.2	10.2
	$U_{,x}$	0.1257	0.1257	0.1257
	$U_{,xx}$	0,0061	0,0030	0,0015
$\alpha = 0.01$		4	5	6
	U	1.3	2.6	5.1
	$U_{,x}$	0.0628	0.0628	0.0628
	$U_{,xx}$	0,0030	0,0015	0,0008
$\alpha = 0.005$		7	8	9
	U	0.65	1.3	2.55
	$U_{,x}$	0.0314	0.0314	0.0314
	$U_{,xx}$	0,0015	0,0008	0,0004

TAB. 2.4 – Répartition de la déformation dans les images pour différentes valeurs de p et α

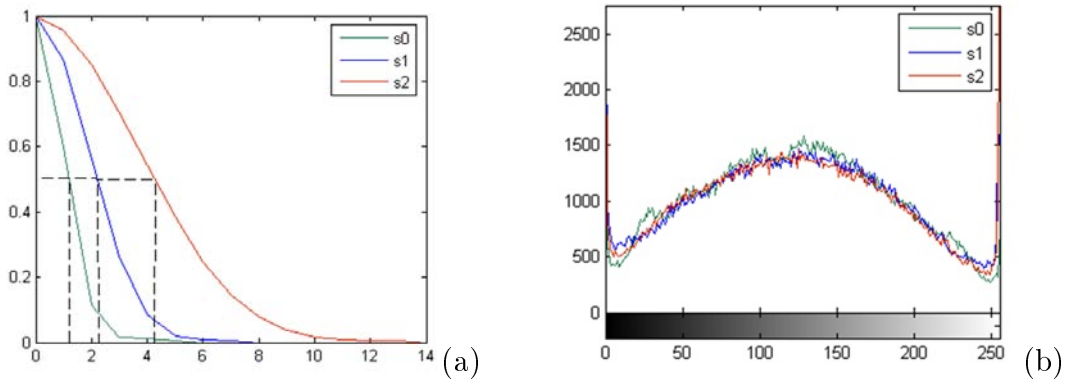


FIG. 2.23 – Fonction d'autocorrélation (a) et histogramme de niveaux de gris (b)

Les résultats présentés sur la figure 2.24 mettent en évidence une faible influence de la taille du mouchetis. En effet, le $RMS(U)$ augmente lorsque la taille de mouchetis augmente, mais les différentes valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ restent proches et l'erreur due à la taille du mouchetis est finalement négligeable devant l'erreur due au second gradient de déformation. Le graphique de la figure 2.25 (a) montre cette tendance en représentant les différentes valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la taille du mouchetis pour une taille de fenêtre de 16 pixels.

Les courbes de la figure 2.25 (b) correspondent à la valeur asymptotique du $RMS(U)$ en fonction de la taille du mouchetis pour différentes tailles de fenêtre de corrélation. Elles permettent de mettre en évidence l'interaction qu'il peut exister entre la taille du mouchetis et la taille de la fenêtre de corrélation. En effet, nous pouvons remarquer que quelle que soit la déformation appliquée, la taille du mouchetis n'a aucune influence sur la

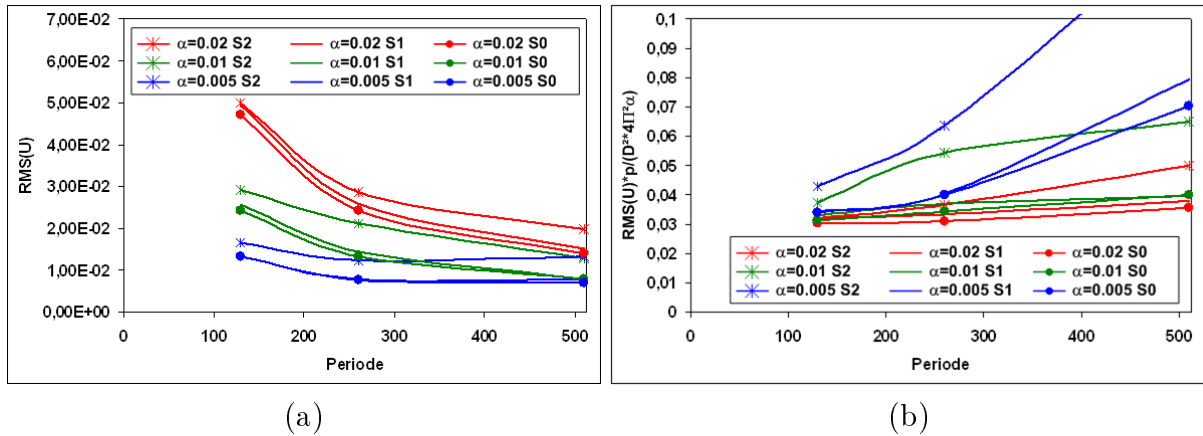


FIG. 2.24 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour une taille de mouchetis variable.

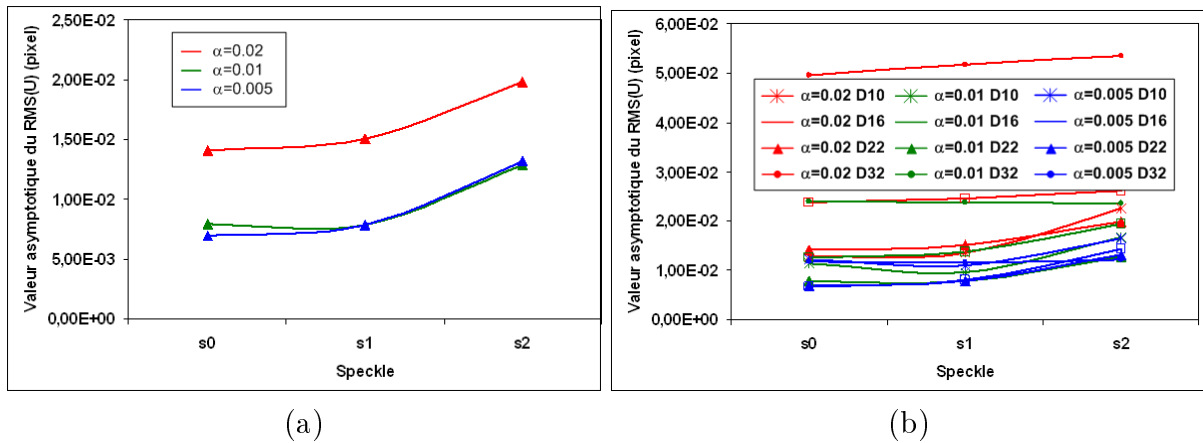


FIG. 2.25 – Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la taille du mouchetis avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour toutes les tailles de fenêtre (b).

mesure lorsque des grandes tailles de fenêtre sont utilisées. L'effet de la taille du mouchetis apparaît lorsque la taille des fenêtres diminue. En pratique on adapte la taille de la fenêtre en fonction de la taille du mouchetis. On constate ici que pour une fenêtre 16 les rayons d'autocorrélation convenables sont de l'ordre de 1 ou 2 et non 4, ce qui permet de donner une information sur la taille du mouchetis à réaliser dans le cas où la taille de la fenêtre est fixée.

2.5.2 Bruit

Afin de tester l'influence du bruit, les 28 images décrites dans le tableau 2.1 ont été utilisées. Les 4 niveaux de bruit utilisés sont des bruits blancs gaussiens d'écart type 0, 1, 4 et 8 niveaux de gris. Tous les autres paramètres sont fixés à leur valeur initiale (calculs

effectués en total avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels sur des images codées sur 8 bits présentant un mouchetis de rayon $r = 2, 2$).

Les résultats présentés sur la figure 2.26 permettent de mettre en évidence l'augmentation du $RMS(U)$ avec le bruit, indépendamment du paramètre α qui est proportionnel à la déformation. Pour $\alpha = 0,02$, l'erreur due au bruit est finalement négligeable devant l'erreur due au second gradient de déformation.

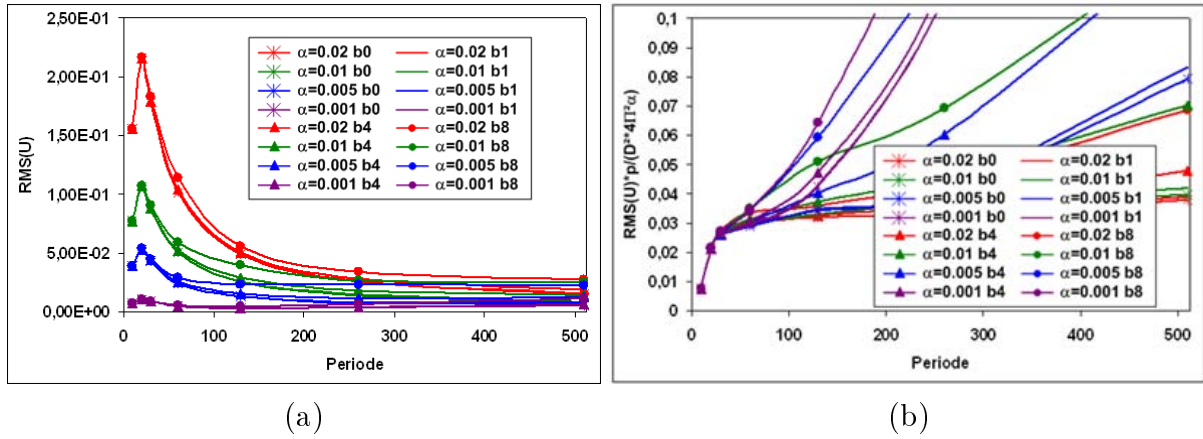


FIG. 2.26 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p pour un bruit blanc gaussien variable

Le graphique de la figure 2.27 (a) montre cette tendance en représentant les différentes valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction du bruit avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels.

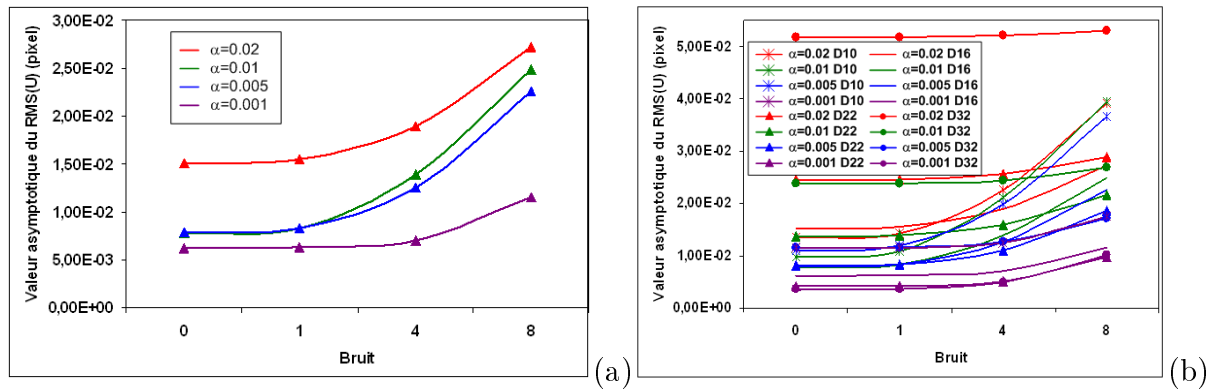


FIG. 2.27 – Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction du bruit avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels (a) et pour toutes les tailles de fenêtre (b).

Les courbes de la figure 2.27 (b) correspondent à la valeur asymptotique du $RMS(U)$ en fonction du bruit pour différentes tailles de fenêtre de corrélation. Elles permettent de mettre en évidence l'interaction qu'il peut exister entre le bruit et la taille de la fenêtre de

corrélation. En effet, nous pouvons remarquer que quelle que soit la déformation appliquée, le bruit n'a que très peu d'influence sur la mesure lorsque des grandes tailles de fenêtre sont utilisées et que nous nous trouvons en grandes déformations (grandes valeurs de α). L'effet du bruit apparaît lorsque la taille des fenêtres diminue, et dans ce cas l'influence de l'amplitude de la déformation devient négligeable.

2.5.3 Saturation

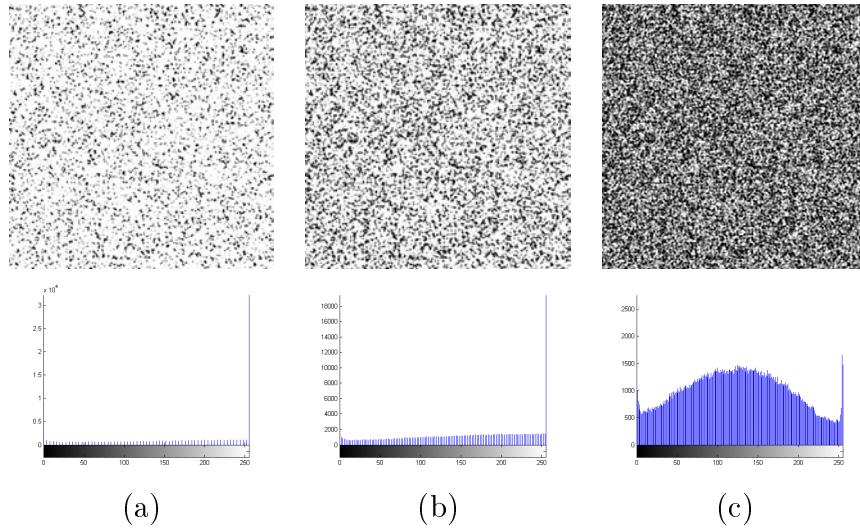


FIG. 2.28 – Présentation de l'image de référence (c) (x1) et des images saturées ((a) (x4) et (b) (x2)) ainsi que des histogrammes de niveaux de gris correspondants

Dans cette étude, les résultats de la série de référence ont été comparés aux résultats issus de deux séries simulant la saturation lumineuse. Pour obtenir la série la plus saturée (figure 2.28 (a)), chaque pixel de chaque image de la série de référence a été multiplié par 4 en attribuant 255 (blanc) lorsque le nouveau niveau de gris calculé dépasse cette valeur (x4). La seconde série (figure 2.28 (b)) est obtenue en multipliant de la même manière, chaque pixel de chaque image de la série de référence par 2 (x2). Pour chaque image de référence, l'histogramme de niveaux de gris correspondant est également présenté.

Les courbes de la figure 2.29 représentent le $RMS(U)$ et le rapport $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de la période p pour la série d'images de référence et pour les séries dont chaque pixel de chaque image de la série de référence est multiplié par 2 ou 4, limité dans la plage de 0 à 255 niveaux de gris.

Dans ce cas, la valeur asymptotique k_a n'est jamais atteinte avec les plus petites fenêtres. En fait, lorsque l'image est très exposée à la lumière, la taille de grains de speckle blanc augmente (niveau 255) alors que la taille des grains de speckle d'autres niveaux de gris

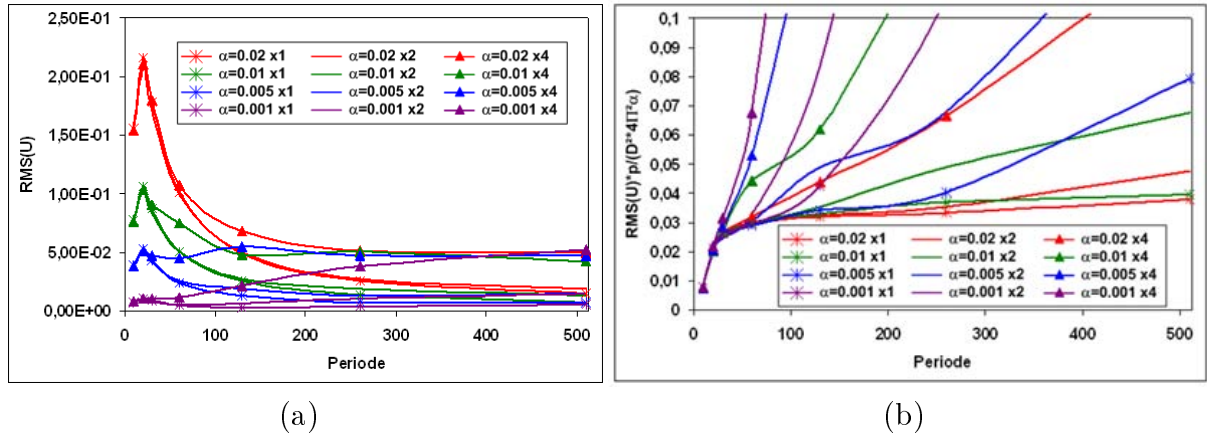


FIG. 2.29 – Évolution de $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p obtenus avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels pour les images saturées.

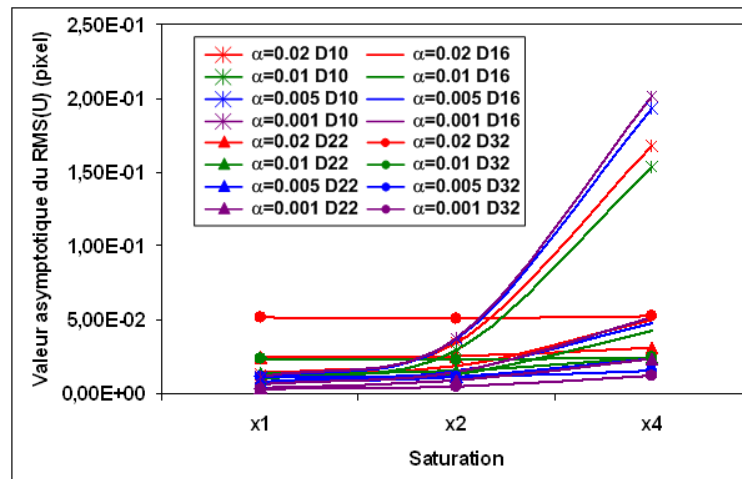


FIG. 2.30 – Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la saturation pour toutes les tailles de fenêtre.

diminue. On obtient donc des images composées de petites taches noires et de grandes taches blanches. La corrélation d'images ne peut pas fonctionner dans ce cas si on utilise des petites tailles de fenêtre. L'effet des petites tailles de fenêtre/faibles amplitudes décrit précédemment devient plus important avec des images saturées et peut être également rencontré avec des tailles de fenêtre plus grandes. Il est nécessaire dans ce cas, d'utiliser des tailles de fenêtre beaucoup plus importantes pour obtenir une valeur asymptotique, ceci entraînant une augmentation de l'erreur due à la taille de fenêtre elle-même (figure 2.30).

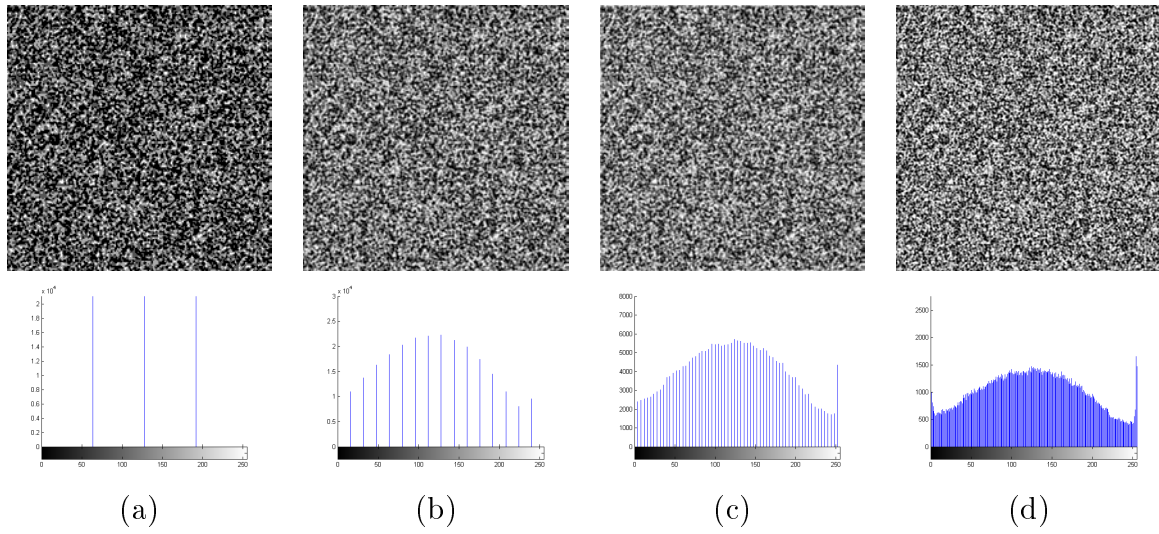


FIG. 2.31 – Images codées en 2 bits (a), 4 bits (b), 6 bits (c) et 8 bits (d) et histogrammes de niveaux de gris correspondants

2.5.4 Codage

Dans cette étude, les résultats de la série de référence ont été comparés aux résultats issus d'une série « codée » en 2 bits, d'une série « codée » en 4 bits et d'une série « codée » en 6 bits. Le logiciel Aramis 2D [Ara 06] ne traitant que des images en 8 bits, nous avons transformé les images de la série de référence de telle sorte que les niveaux de gris soient répartis de 0 à 255 mais sur 4 valeurs pour le codage en 2 bits, 16 valeurs pour le codage en 4 bits et sur 64 valeurs pour le codage en 6 bits (figure 2.31).

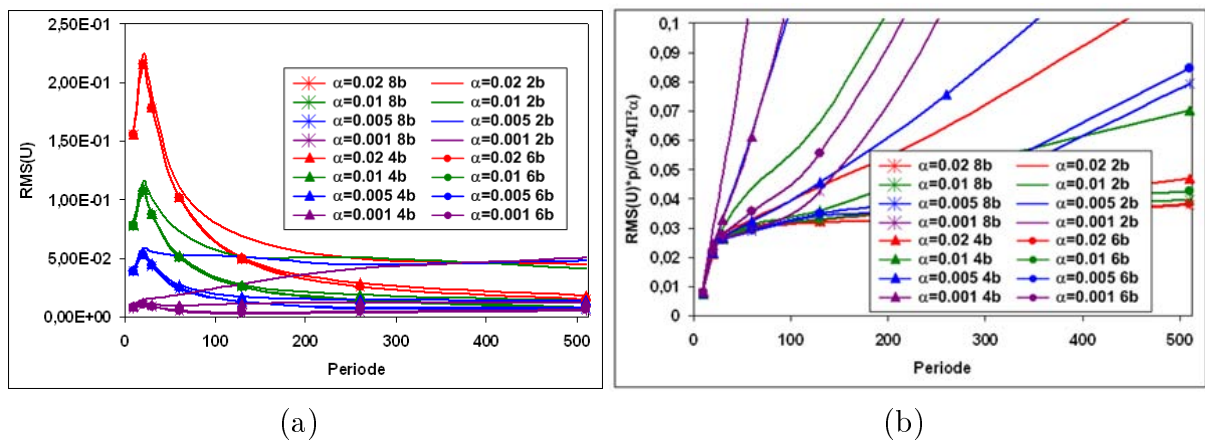


FIG. 2.32 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ (b) en fonction de p obtenus avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels pour les images en 4, 6 et 8 bits

Les courbes de la figure 2.32 représentent le $RMS(U)$ le rapport $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ en fonction de la période p pour des images « codées » en 2, 4, 6 et 8 bits. Nous y retrouvons

les trois zones décrites précédemment.

Nous remarquons un effet du type de codage sur l'erreur de mesure. En effet, les valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ des images « codées » en 6 bits sont légèrement supérieures aux valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ des images « codées » en 8 bits, mais largement inférieures à celles des images « codées » en 4 bits et en 2 bits (figure 2.33). Cette tendance s'atténue lorsque les tailles de fenêtre augmentent. Pour les grandes tailles de fenêtre et les α les plus élevés (0,02 et 0,01), les courbes des $RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$ sont confondues et le type de codage n'a plus d'influence.

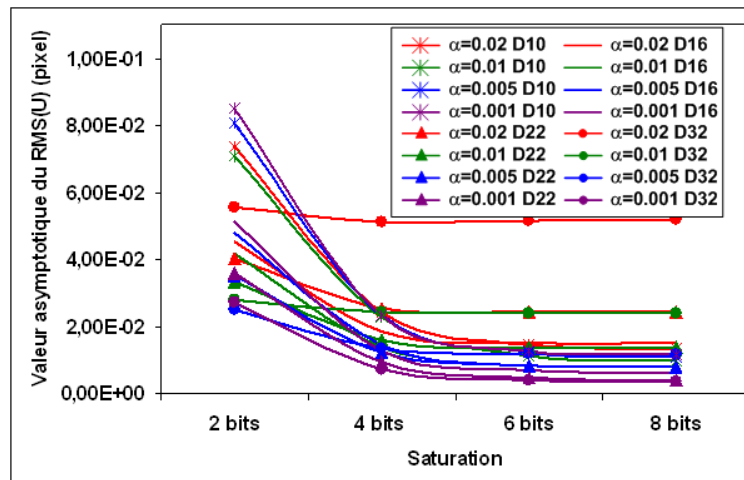


FIG. 2.33 – Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction du codage de l'image pour toutes les tailles de fenêtre.

Nous pouvons remarquer que les courbes n'atteignent pas de valeur asymptotique k_a pour les petites tailles de fenêtre et les petites amplitudes. Pour les fenêtres de 16 ou 22 pixels, l'erreur dépend du codage de l'image. En effet, les valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ pour les images en 8 bits sont plus faibles que les valeurs asymptotiques des images en 4 bits. Avec une plus grande taille de fenêtre, les valeurs asymptotiques sont beaucoup plus proches et l'influence du codage devient négligeable (figure 2.33). Comme il y a moins d'informations dans les images en 4 bits que dans les images en 8 bits, une plus grande taille de fenêtre est nécessaire pour obtenir une estimation de l'erreur, ce qui a pour conséquence de diminuer la résolution spatiale.

2.6 Conclusion

L'évaluation du système de corrélation d'images Aramis 2D est un travail qui a permis de répondre à un nombre important de questions que l'opérateur se pose lors de l'utilisation

de cette « boîte noire ». Dix ans de travaux expérimentaux au Laboratoire Génie de Production ont permis d'évaluer ce logiciel de manière empirique, sans maîtrise théorique de la précision de mesure. Au-delà des informations constructeur, ces travaux avaient mis en évidence l'influence de paramètres liés à l'image, au logiciel et au niveau de déformation, pour conclure sur des capacités de mesure de déplacements ou de déformations. La participation au Groupe de Recherche CNRS 2519 « Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides » et l'intérêt d'Airbus et EADS/IW nous a permis d'envisager une réflexion plus approfondie vis-à-vis de notre système Aramis 2D, même si nous n'avons que peu d'informations sur les fondements du logiciel. Ces travaux sont fortement orientés par la méthodologie d'évaluation des systèmes de corrélation d'images développée dans le GdR 2519 et ont pu être mis en oeuvre grâce aux images TexGen fournies par Laurent Robert (École des Mines d'Albi).

L'analyse de l'ensemble des cas tests soumis au logiciel Aramis 2D est effectuée par l'évaluation de l'erreur RMS qui est une composition de l'écart-type et de la moyenne des erreurs, donc une composition de l'erreur aléatoire et de l'erreur systématique. Nous avons vu que le RMS est piloté principalement soit par l'erreur aléatoire dans le cas d'une analyse globale soit par l'erreur systématique dans le cas de l'analyse locale, et dans tous les cas le RMS est une erreur « conservative » puisqu'elle majore l'écart-type ou la moyenne des erreurs. La majorité des résultats est traitée par l'analyse globale plus simple à mettre en oeuvre et surtout plus simple à analyser, puisque l'étude de sensibilité des paramètres est basée sur l'évolution de 28 résultats en analyse globale, alors que nous avons plus de 800 informations à traiter en analyse locale.

Différents paramètres ont été testés à travers cette étude liés à la transformation mécanique (déplacement rigide, traction/compression, cisaillement), liés au logiciel (taille de fenêtre, Step/Total), et liés à l'image (taille du mouchetis, bruit, contraste, saturation). L'influence de la déformation, du gradient de déformation et de la taille de la fenêtre de corrélation a été mis en évidence et a permis d'évaluer l'incertitude de mesure du système pour la mesure des déplacements et le calcul des déformations associées.

Chapitre 3

Caractérisation du système de stéréo-corrélation d'images

Sommaire

3.1	Introduction	82
3.2	Reconstruction 3D - Géométrie stéréoscopique	82
3.2.1	Protocole expérimental	82
3.2.2	Influence des paramètres de position des caméras	86
3.2.3	Influence de la taille de fenêtre de corrélation	90
3.3	Stéréo-corrélation	95
3.3.1	Protocole expérimental	96
3.3.2	Traction/compression	98
3.3.3	Translation pure	107
3.4	Outil logiciel	109
3.4.1	Analyse d'images	109
3.4.2	Préparation d'essais	112
3.5	Conclusion	113

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé l'erreur de mesure du système de corrélation d'images à l'aide d'images synthétiques. Ces images synthétiques nous ont permis de tester l'influence de plusieurs paramètres lors de l'appariement temporel. Afin de caractériser le système de stéréo-corrélation d'images, nous allons dans un premier temps déterminer l'erreur de reconstruction 3D à l'aide d'un objet étalon c'est-à-dire évaluer l'appariement stéréoscopique. Par la suite, nous allons caractériser le système de stéréo-corrélation dans son ensemble à l'aide d'images réelles. L'utilisation d'images réelles plutôt que d'images synthétiques est un choix dirigé, lié au fait qu'Aramis ne permet pas d'être suffisamment ouvert pour intervenir sur les paramètres de calibrage, ni même avoir un accès à l'évaluation de ces paramètres après la phase de calibrage. La dernière partie de ce chapitre sera dédiée à la présentation d'un outil logiciel proposant une « aide à l'expérience », dont l'objectif est d'aller vers un « guide de bonnes pratiques » de la mesure par stéréo-corrélation d'images.

3.2 Reconstruction 3D - Géométrie stéréoscopique

La stéréovision est une technique basée sur le principe de triangulation qui, connaissant le correspondant d'un pixel de la première image dans la seconde, calcule l'intersection des deux droites projectives (projection du point dans les plans des deux capteurs CCD). Plusieurs paramètres sont susceptibles d'influer sur la précision de la mesure (position des caméras, taille de la fenêtre de corrélation). Le but de la présente étude est de déterminer l'influence de ces paramètres à partir de l'évaluation de l'erreur de reconstruction.

3.2.1 Protocole expérimental

Pour évaluer la reconstruction 3D par stéréovision, nous avons utilisé comme objet étalon un cylindre de rayon 25 mm sur lequel nous avons collé un mouchetis. Dans le but de déterminer l'influence de la position des caméras, différentes configurations ont été testées : la base (distance entre les deux centres optiques des caméras) pouvant être à 200, 300 ou 400 mm et la distance entre le centre optique du système et l'objet étalon se situant à 250, 300, 400, 500, 600, 700 ou 800 mm (figure 3.1). Notons que l'angle formé entre les deux caméras peut être exprimé en fonction de ces deux paramètres par la relation 3.1. Les choix des paramètres géométriques permettent de couvrir un large ensemble de configurations angulaires.

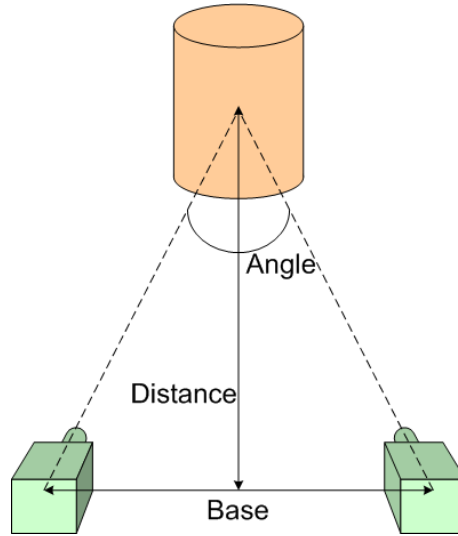


FIG. 3.1 – Paramètres de position des caméras

$$Angle = 2 \tan^{-1}(Base / (2 Distance)) \quad (3.1)$$

Les objectifs utilisés restent les mêmes quelle que soit la configuration adoptée et ont une focale de 50 mm. Un calibrage a été réalisé pour chaque configuration. Le mouchetis est une impression sur papier de l'image de référence utilisée dans l'étude 2D décrite au chapitre précédent. Une mise à l'échelle de la taille du mouchetis est réalisée lors de l'impression en tenant compte de la distance entre les caméras et l'objet. Ainsi, le mouchetis visualisé à l'écran sera toujours le même (rayon d'autocorrélation constant) quelle que soit la configuration choisie. Un exemple de configuration est donné par la figure 3.2. Cette figure correspond aux images de gauche et de droite du cylindre prises avec une base de 400 mm et une distance à l'objet de 700 mm. On y retrouve également une reconstruction 3D du cylindre calculée avec le logiciel Aramis superposée au cylindre parfait de rayon 25 mm.

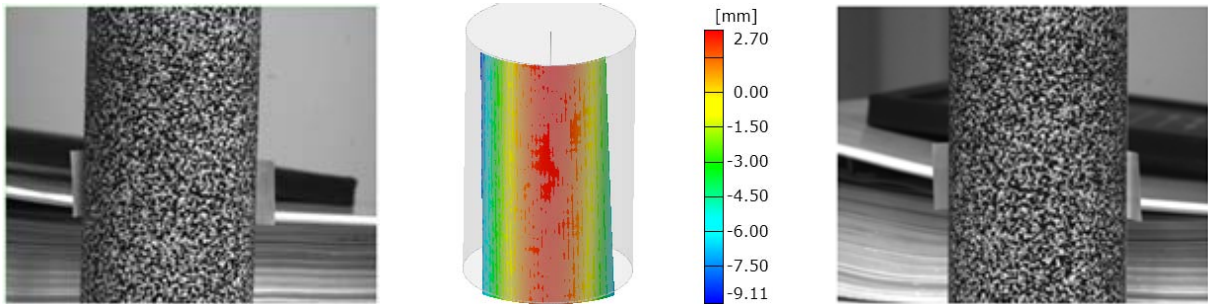


FIG. 3.2 – Images de gauche et de droite et reconstruction 3D du cylindre avec une base de 400 mm et une distance à l'objet de 700 mm

Afin de valider le protocole expérimental, nous avons choisi d'évaluer l'objet étalon par une autre technique de mesure. La projection de franges a été mise en œuvre en utilisant le système Atos II de Gom. Le capteur Atos est constitué d'un projecteur de franges et de deux caméras de base fixe 400 mm, la distance à l'objet est fixée à 700 mm. La figure 3.3 présente l'écart résiduel entre la numérisation de l'objet étalon par Atos et un cylindre parfait ajusté au sens des moindres carrés, dans le cas (a) pour un rayon de 25,08 mm (calculé par le logiciel) représentant le meilleur choix sur le secteur digitalisé, puis (b) pour un rayon de 25 mm (donnée initiale). La différence entre les deux ajustements étant faible (inférieure à 0,02 mm et de l'ordre de la résolution des systèmes) nous avons choisi de garder le rayon 25 mm comme référence.

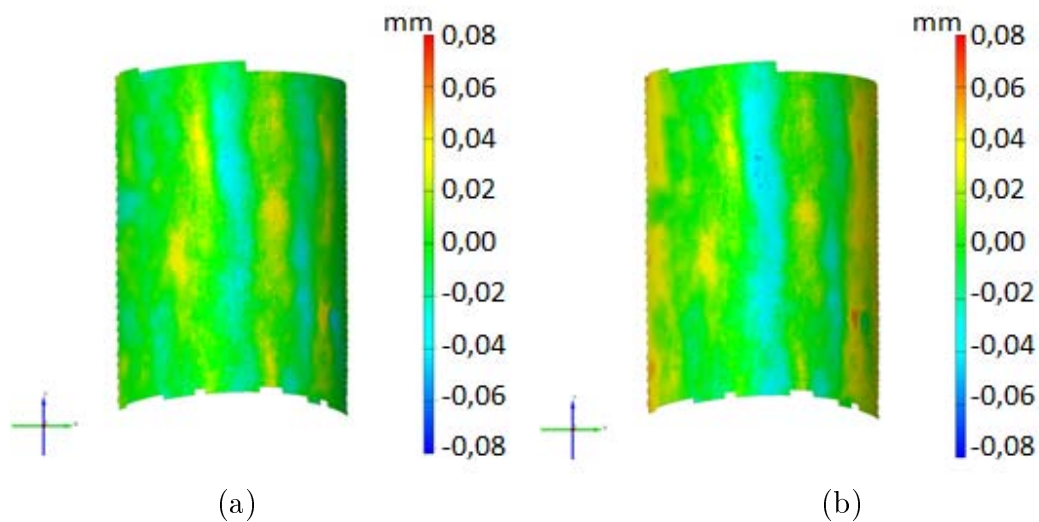


FIG. 3.3 – Numérisations avec Atos (a) écart par rapport au rayon calculé (b) écart par rapport au rayon 25 mm

La figure 3.4 présente pour la configuration type capteur Atos, l'ajustement entre la numérisation par projection de franges Atos et la reconstruction par Aramis. Le capteur Aramis est constitué de deux caméras CCD ($1/2''$) 1280×1024 pixels dont la base et la distance sont libres, ce qui permet de tester les différentes configurations géométriques (base, distance, angle) prévues dans le tableau 3.1. Par la suite, lors de la caractérisation complète de la stéréo-corrélation, nous utilisons les deux caméras du capteur Atos, ce sont deux caméras CCD ($1/2''$) 1392×1040 dont la base et la distance sont fixes (base 400 mm, distance 700 mm).

Base (mm)	Distance (mm)	Angle (Deg)	<i>RMS</i> (mm)		σ (mm)		Moyenne (mm)	
			Surface totale	Zone de 10×10 mm (<i>Z1</i>)	Surface totale	<i>Z1</i>	Surface totale	<i>Z1</i>
200	250	43,6	0,0062	0,0047	0,0062	0,0047	0,0000	-0,0001
200	300	36,9	0,0083	0,0041	0,0083	0,0041	0,0002	-0,0004
200	400	28,1	0,0213	0,0051	0,0213	0,0051	-0,0008	0,0005
200	500	22,6	0,0226	0,0084	0,0226	0,0083	-0,0004	0,0010
200	600	18,9	0,0115	0,0058	0,0112	0,0057	0,0023	0,0013
200	700	16,3	0,0178	0,0188	0,0177	0,0188	0,0020	0,0016
200	800	14,3	0,0134	0,0120	0,0133	0,0117	0,0015	0,0034
300	250	61,9	0,0053	0,0042	0,0053	0,0042	0,0001	0,0003
300	300	53,1	0,0067	0,0043	0,0067	0,0043	0,0003	0,0002
300	400	41,1	0,0068	0,0035	0,0068	0,0035	0,0008	0,0003
300	500	33,4	0,0086	0,0047	0,0086	0,0047	0,0009	0,0006
300	600	28,1	0,0113	0,0043	0,0110	0,0043	0,0022	0,0001
300	700	24,2	0,0167	0,0070	0,0163	0,0070	0,0038	0,0001
300	800	21,2	0,0102	0,0079	0,0100	0,0079	0,0023	0,0015
400	250	77,3	0,0050	0,0039	0,0050	0,0039	0,0002	0,0002
400	300	67,4	0,0053	0,0042	0,0053	0,0042	0,0003	0,0006
400	400	53,1	0,0074	0,0037	0,0074	0,0036	0,0006	0,0005
400	500	43,6	0,0144	0,0049	0,0142	0,0049	0,0024	0,0007
400	600	36,9	0,0080	0,0041	0,0080	0,0040	0,0011	0,0011
400	700	31,9	0,0113	0,0092	0,0111	0,0083	0,0020	0,0041
400	800	28,1	0,0125	0,0057	0,0123	0,0057	0,0024	0,0011

TAB. 3.1 – Résultats des essais en fenêtre 16 pixels

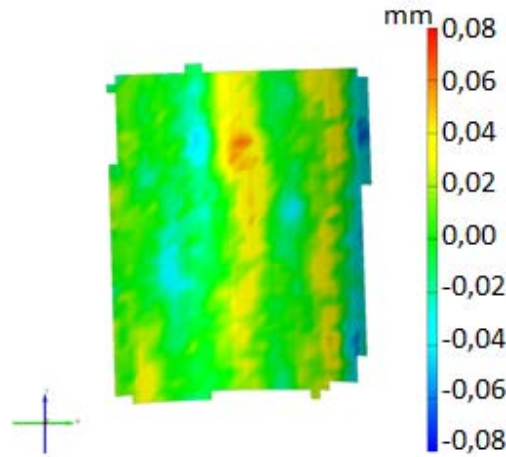


FIG. 3.4 – Écart entre numérisation par projection de franges et reconstruction par stéréovision

3.2.2 Influence des paramètres de position des caméras

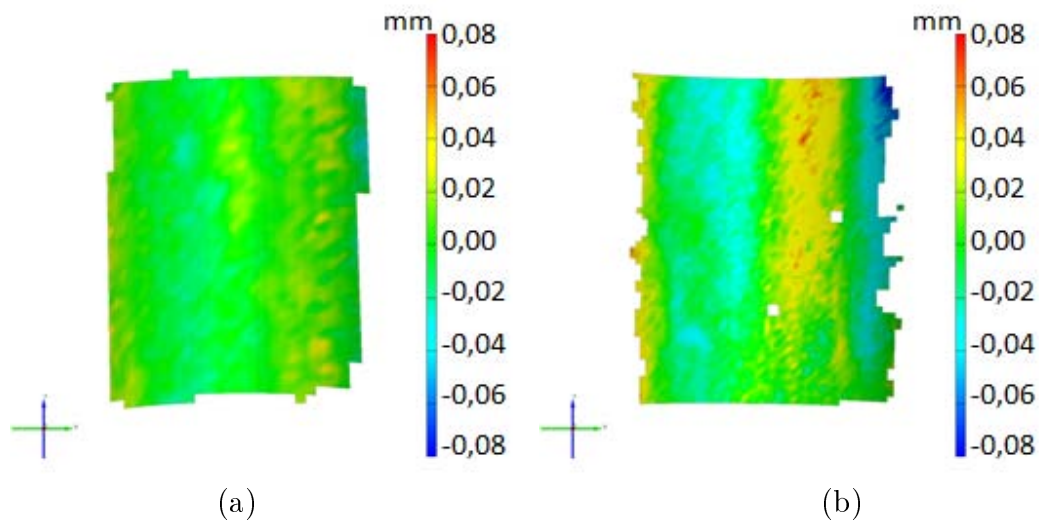


FIG. 3.5 – Écart entre reconstruction par stéréovision et cylindre de rayon 25 mm en fenêtre 16 pixels (a) base 400 mm, distance 700 mm (b) base 200 mm, distance 500 mm

Les différentes configurations géométriques testées sont listées dans le tableau 3.1. Pour chaque configuration, un cylindre de rayon 25 mm est ajusté par la méthode des moindres carrés sur le nuage de point mesuré à l'aide d'une fenêtre de corrélation de 16 pixels. La figure 3.5 présente l'écart image de l'ajustement pour la configuration géométrique type Atos (base 400 mm, distance 700 mm) et la plus mauvaise configuration (base 200 mm,

distance 500 mm). Nous pouvons alors calculer à partir de ces écarts l'erreur *RMS* suivant l'équation 3.2.

$$RMS(X) = \sqrt{\frac{\sum_n (X_{mes} - X_{th})^2}{n}} = \sqrt{\frac{n-1}{n} \sigma^2(X) + \overline{\Delta X}^2} \quad (3.2)$$

Avec :

- $\sigma(X) = \sqrt{\frac{n \sum_n (X_{mes} - X_{th})^2 - (\sum_n (X_{mes} - X_{th}))^2}{n(n-1)}}$ l'écart-type correspondant à l'erreur aléatoire,
- $\overline{\Delta X} = \frac{1}{n} \sum_n (X_{mes} - X_{th})$ la moyenne des erreurs correspondant à l'erreur systématique.

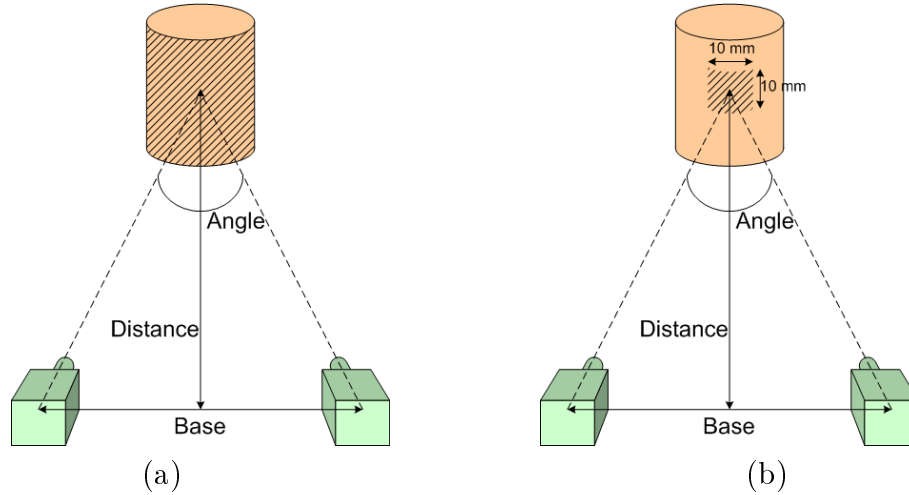


FIG. 3.6 – Zones d'étude (a) ensemble des points (b) zone Z1

On constate sur le tableau 3.1 que l'erreur *RMS* est pilotée principalement par l'écart-type. L'erreur *RMS* correspond à l'erreur de mesure en stéréovision, cette erreur étant issue de différents processus (acquisition d'images, reconstruction 3D, recalage du cylindre parfait, ...). Pour chaque configuration base-distance, nous avons évalué l'erreur à partir de deux nuages de points. En effet, suivant les configurations testées, un nombre de points différent est accessible à la mesure. Dans un premier temps, le cylindre étalon est ajusté au sens des moindres carrés sur l'ensemble des points accessibles par la configuration (figure 3.6(a)). Dans certaines configurations, les bords de l'objet sont accessibles et entraînent une augmentation de l'erreur. A l'inverse dans d'autres configurations seule la partie centrale de l'objet est évaluée, on obtient une erreur faible car c'est une zone plus facile à apparier. En choisissant une zone identique Z1 de 10×10 mm, soit un nuage de points

accessible dans toutes les configurations, nous obtenons une information supplémentaire qui permet la comparaison entre les configurations (figure 3.6(b)).

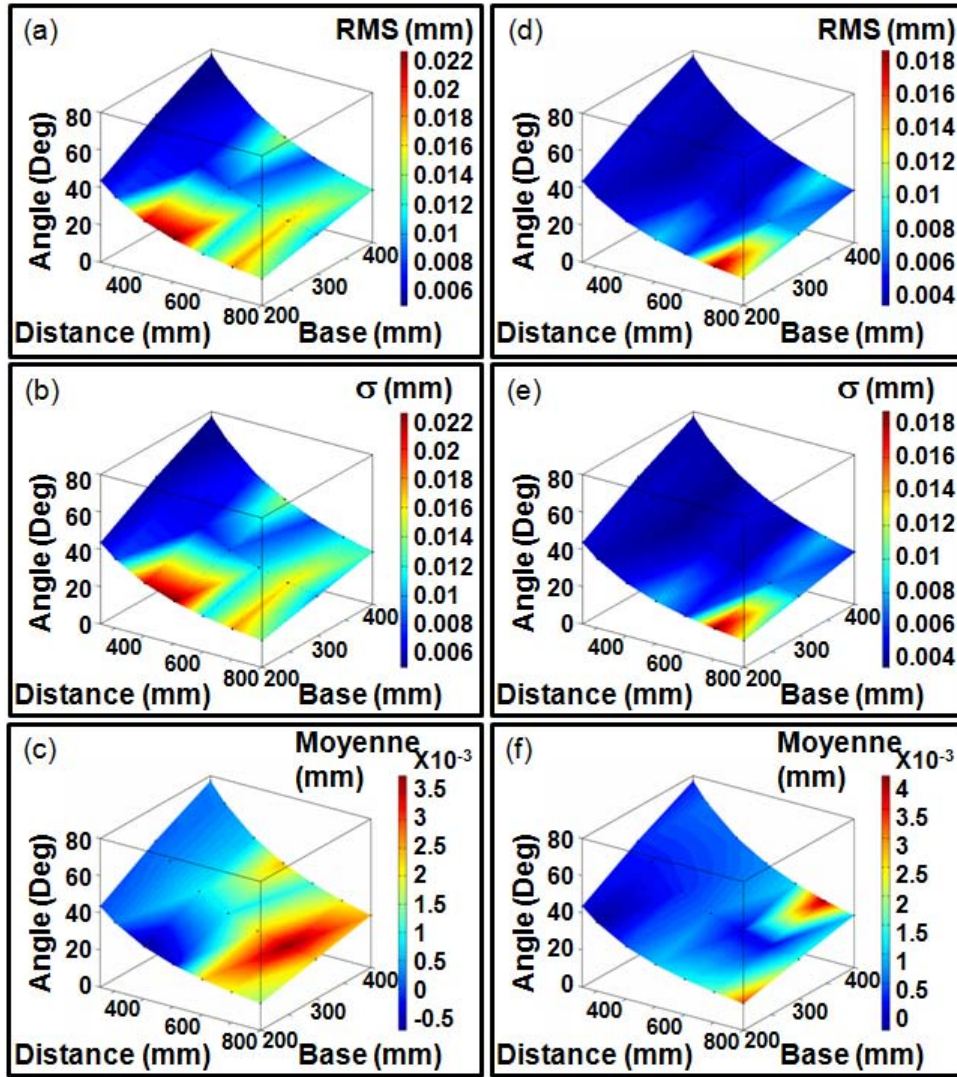


FIG. 3.7 – Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 16 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone $Z1$ de 10×10 mm

La répartition de l'erreur RMS , de l'écart type σ et de la moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle entre les deux caméras pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels est représentée sur les graphiques de la figure 3.7. Les répartitions (a) (b) (c) de la figure 3.7 sont obtenues avec l'ensemble des points alors que les répartitions (d) (e) (f) de la figure 3.7 sont réalisées à partir des points de la zone $Z1$. La répartition est différente selon la zone mesurée, mais dans les deux cas l'erreur RMS est pilotée par l'écart-type, l'erreur

systématique est faible. Nous remarquons que l'erreur RMS maximale de 0,0226 mm est atteinte pour une base de 200 mm et une distance de 500 mm, soit un angle de $22,6^\circ$, dans le cas de l'ajustement sur l'ensemble des points alors qu'il atteint la valeur de 0,0084 mm avec la zone $Z1$. Sur cette zone $Z1$, chaque configuration amène des statistiques basées sur un même échantillon, on s'aperçoit que plus on s'éloigne de l'objet plus l'erreur RMS augmente. L'étude sur l'ensemble des points amène des statistiques basées sur des échantillons variables, échantillons plus importants quand l'angle entre caméras est petit, un petit angle (inférieur à 30°) entraîne des erreurs RMS plus importantes.

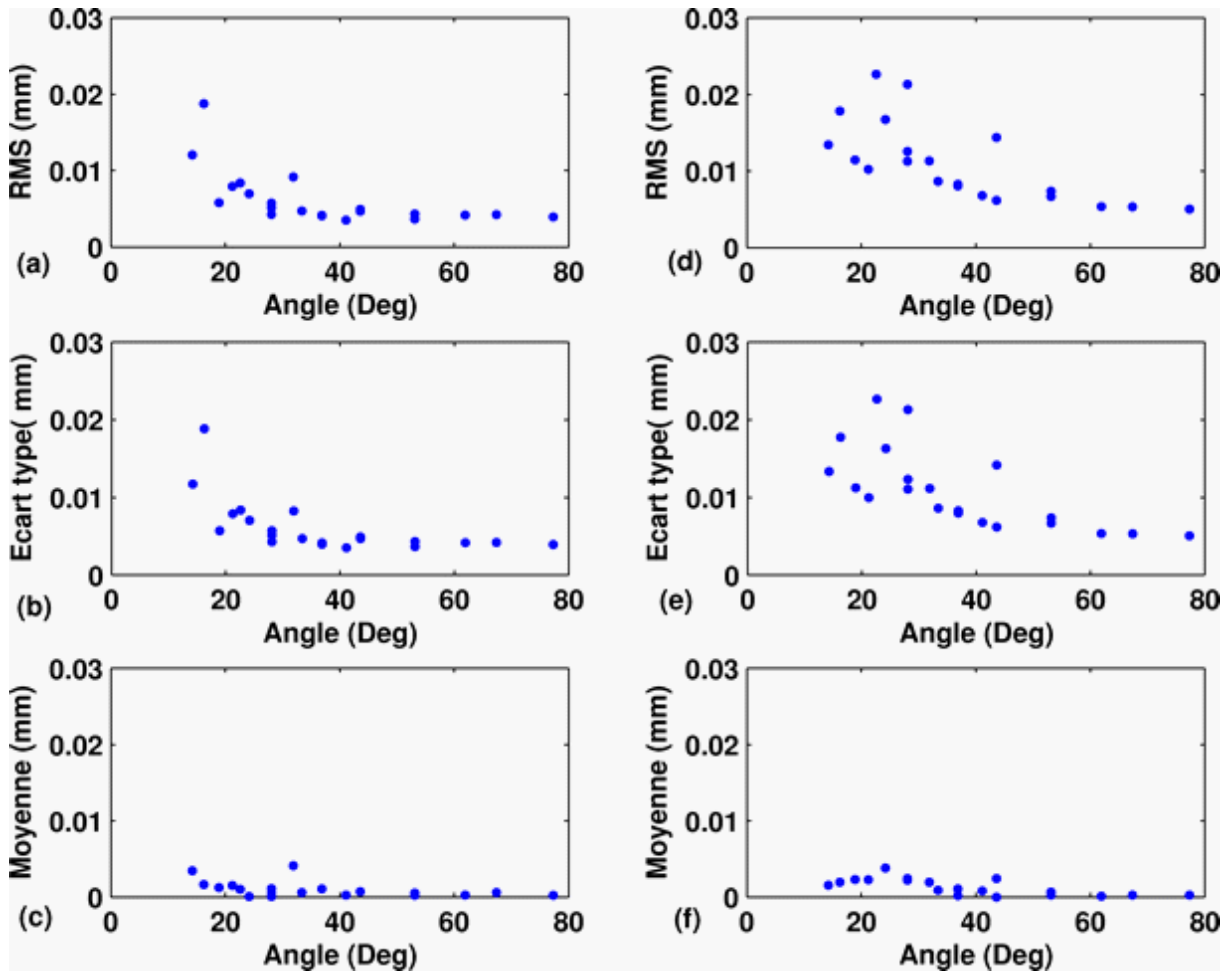


FIG. 3.8 – Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de l'angle entre les caméras en fenêtre 16 pixels, (a) (b) (c) sur la zone $Z1$ de 10×10 mm (d) (e) (f) sur la surface totale

Les graphiques de la figure 3.8 montrent l'influence de l'angle entre les caméras sur l'erreur de reconstruction pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels. Quels que soit les points utilisés (répartitions (a) (b) (c) à partir des points de la zone $Z1$ et répartitions (d) (e) (f) avec l'ensemble des points), nous remarquons que lorsque nous augmentons l'angle entre

les caméras, nous pouvons observer deux phénomènes : une diminution de l'erreur RMS et une diminution de la dispersion des erreurs RMS . Cette dispersion est perceptible à partir d'un angle de 50° et s'amplifie avec la diminution de l'angle notamment lorsque nous utilisons tous les points de mesure. L'angle à partir duquel la dispersion est importante dans le cas de l'ajustement au sens des moindres carrés sur le rayon 25mm est de 30° environ. Les meilleures reconstructions sont réalisées avec un angle supérieur ou égal à 30° , l'erreur RMS obtenue est inférieure à 0,01 mm sur l'ensemble des points et 0,005 mm sur la zone $Z1$. En utilisant un angle important, le champs de vision va être réduit. Le compris se situe donc à 30° .

3.2.3 Influence de la taille de fenêtre de corrélation

Nous avons testé l'influence de la taille de la fenêtre de corrélation D en effectuant, pour chaque configuration, un calcul avec une fenêtre de corrélation de 22 et 32 pixels. Les erreurs, écarts-type et moyennes obtenus lors de l'ajustage du cylindre de rayon 25 mm sur les deux nuages de points (le nuage comptant tous les points de mesure et le nuage correspondant à la zone $Z1$) sont relevés dans les tableaux 3.2 et 3.3. On constate comme pour la taille de fenêtre 16 pixels que l'erreur RMS est pilotée principalement par l'erreur aléatoire. Malgré tout, quand on augmente la taille de la fenêtre de corrélation, l'erreur systématique est plus importante et devient prépondérante pour les grandes distances centre optique à objet.

La répartition de l'erreur RMS , de l'écart type σ et de la moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle entre les deux caméras est représentée sur les graphiques de la figure 3.9 pour une fenêtre de corrélation de 22 pixels et sur la figure 3.10 pour une fenêtre de 32 pixels. Les répartitions (a) (b) (c) des figures sont obtenues avec l'ensemble des points alors que les répartitions (d) (e) (f) sont réalisées à partir des points de la zone $Z1$. En comparant les surfaces obtenues avec les différentes tailles de fenêtre, nous constatons que les extrema sont atteints dans les mêmes zones. Les erreurs RMS sont maximales pour une base de 200 mm et une distance de 400 à 500 mm quelle que soit la taille de fenêtre utilisée, ce qui correspond à des angles de 22° à 28° .

La comparaison des différentes surfaces de réponse révèle également une influence de la taille de la fenêtre sur l'erreur de mesure. En effet, l'utilisation de fenêtres plus grandes permet de diminuer globalement l'erreur de mesure, même si l'erreur systématique augmente,

Base (mm)	Distance (mm)	Angle (Deg)	<i>RMS</i> (mm)		σ (mm)		Moyenne (mm)	
			Surface totale	Zone de 10×10 mm (<i>Z1</i>)	Surface totale	<i>Z1</i>	Surface totale	<i>Z1</i>
200	250	43,6	0,0060	0,0042	0,0060	0,0042	-0,0002	0,0000
200	300	36,9	0,0096	0,0034	0,0096	0,0035	0,0003	0,0000
200	400	28,1	0,0259	0,0102	0,0259	0,0094	0,0006	0,0042
200	500	22,6	0,0224	0,0068	0,0224	0,0067	0,0000	0,0015
200	600	18,9	0,0101	0,0062	0,0097	0,0063	0,0029	0,0009
200	700	16,3	0,0115	0,0090	0,0112	0,0091	0,0023	0,0005
200	800	14,3	0,0093	0,0080	0,0090	0,0078	0,0022	0,0027
300	250	61,9	0,0050	0,0037	0,0050	0,0037	0,0003	0,0003
300	300	53,1	0,0060	0,0033	0,0060	0,0033	0,0005	-0,0001
300	400	41,1	0,0058	0,0033	0,0057	0,0031	0,0013	0,0010
300	500	33,4	0,0084	0,0045	0,0081	0,0036	0,0021	0,0027
300	600	28,1	0,0092	0,0044	0,0087	0,0040	0,0030	0,0020
300	700	24,2	0,0146	0,0049	0,0138	0,0041	0,0048	0,0028
300	800	21,2	0,0090	0,0098	0,0078	0,0058	0,0045	0,0079
400	250	77,3	0,0048	0,0033	0,0048	0,0033	0,0005	0,0001
400	300	67,4	0,0049	0,0038	0,0048	0,0037	0,0005	0,0008
400	400	53,1	0,0073	0,0035	0,0072	0,0034	0,0013	0,0010
400	500	43,6	0,0143	0,0051	0,0139	0,0050	0,0034	0,0014
400	600	36,9	0,0058	0,0033	0,0055	0,0033	0,0017	0,0007
400	700	31,9	0,0099	0,0090	0,0091	0,0074	0,0040	0,0052
400	800	28,1	0,0114	0,0081	0,0107	0,0044	0,0042	0,0069

TAB. 3.2 – Résultats des essais en fenêtre 22 pixels

Base (mm)	Distance (mm)	Angle (Deg)	<i>RMS</i> (mm)		σ (mm)		Moyenne (mm)	
			Surface totale	Zone de 10×10 mm (<i>Z1</i>)	Surface totale	<i>Z1</i>	Surface totale	<i>Z1</i>
200	250	43,6	0,0054	0,0039	0,0054	0,0039	-0,0001	0,0002
200	300	36,9	0,0086	0,0032	0,0086	0,0031	0,0006	0,0007
200	400	28,1	0,0284	0,0105	0,0284	0,0098	0,0018	0,0040
200	500	22,6	0,0223	0,0067	0,0223	0,0061	0,0002	0,0029
200	600	18,9	0,0087	0,0064	0,0072	0,0065	0,0050	0,0012
200	700	16,3	0,0118	0,0113	0,0087	0,0098	0,0080	0,0061
200	800	14,3	0,0111	0,0152	0,0093	0,0103	0,0062	0,0115
300	250	61,9	0,0050	0,0033	0,0049	0,0033	0,0007	0,0004
300	300	53,1	0,0054	0,0027	0,0052	0,0027	0,0013	0,0002
300	400	41,1	0,0050	0,0044	0,0045	0,0032	0,0020	0,0031
300	500	33,4	0,0087	0,0063	0,0077	0,0041	0,0039	0,0049
300	600	28,1	0,0077	0,0089	0,0055	0,0043	0,0054	0,0079
300	700	24,2	0,0129	0,0110	0,0093	0,0074	0,0089	0,0083
300	800	21,2	0,0146	0,0241	0,0085	0,0041	0,0119	0,0238
400	250	77,3	0,0047	0,0032	0,0046	0,0030	0,0012	0,0011
400	300	67,4	0,0043	0,0034	0,0040	0,0033	0,0016	0,0010
400	400	53,1	0,0061	0,0045	0,0055	0,0030	0,0027	0,0033
400	500	43,6	0,0133	0,0055	0,0125	0,0043	0,0046	0,0034
400	600	36,9	0,0064	0,0092	0,0048	0,0057	0,0043	0,0073
400	700	31,9	0,0120	0,0181	0,0067	0,0063	0,0099	0,0170
400	800	28,1	0,0137	0,0084	0,0115	0,0078	0,0076	0,0039

TAB. 3.3 – Résultats des essais en fenêtre 32 pixels

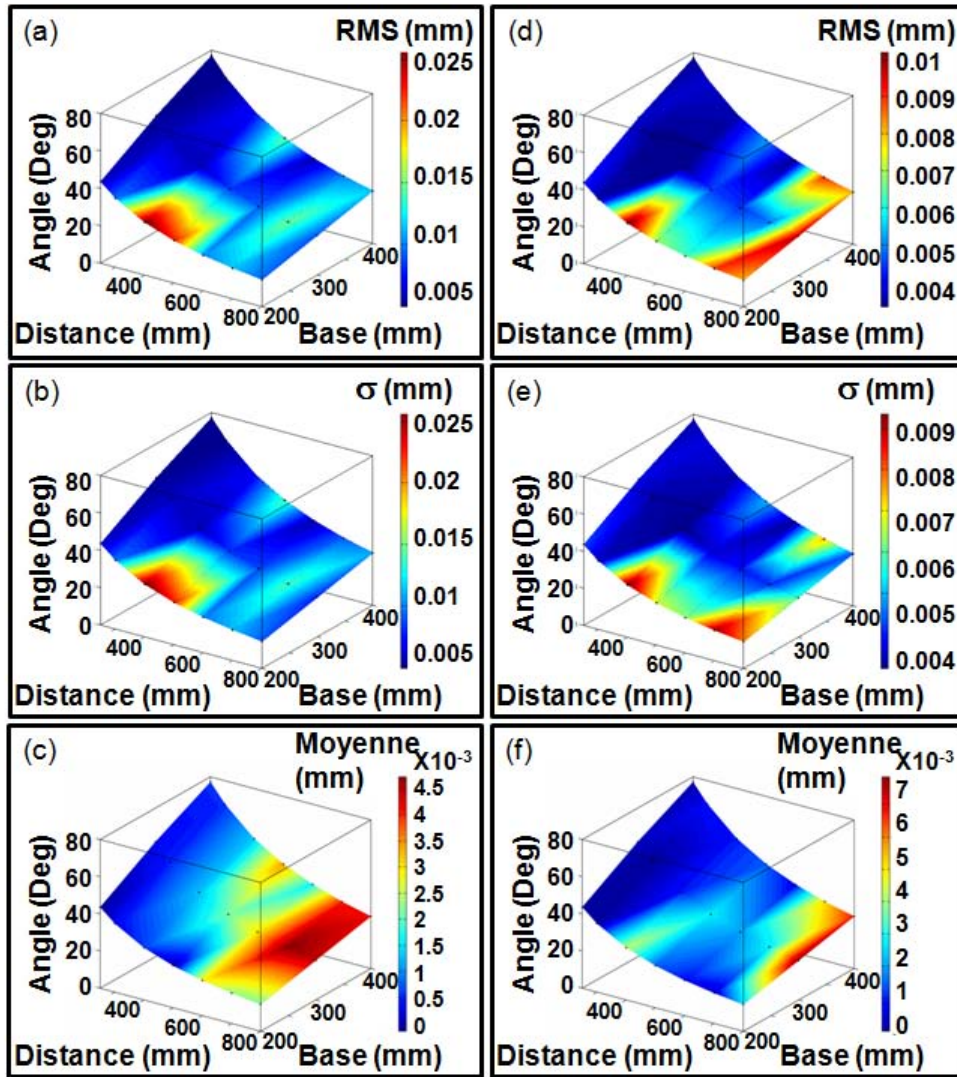


FIG. 3.9 – Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 22 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone $Z1$ de 10×10 mm

l'erreur aléatoire diminue, et donc globalement l'erreur RMS diminue. Cette constatation est confirmée lorsque nous regardons l'influence de la taille de la fenêtre sur la réponse en ne faisant varier qu'un paramètre de configuration géométrique à la fois.

Les graphiques de la figure 3.11 montrent l'influence de la taille de la fenêtre sur l'erreur RMS , l'écart type σ et la moyenne en fonction de l'angle entre les caméras. Quels que soient les points utilisés (répartitions (a) (b) (c) à partir des points de la zone $Z1$ et répartitions (d) (e) (f) avec l'ensemble des points), nous remarquons que lorsque nous augmentons l'angle entre les caméras, nous pouvons observer les deux phénomènes déjà

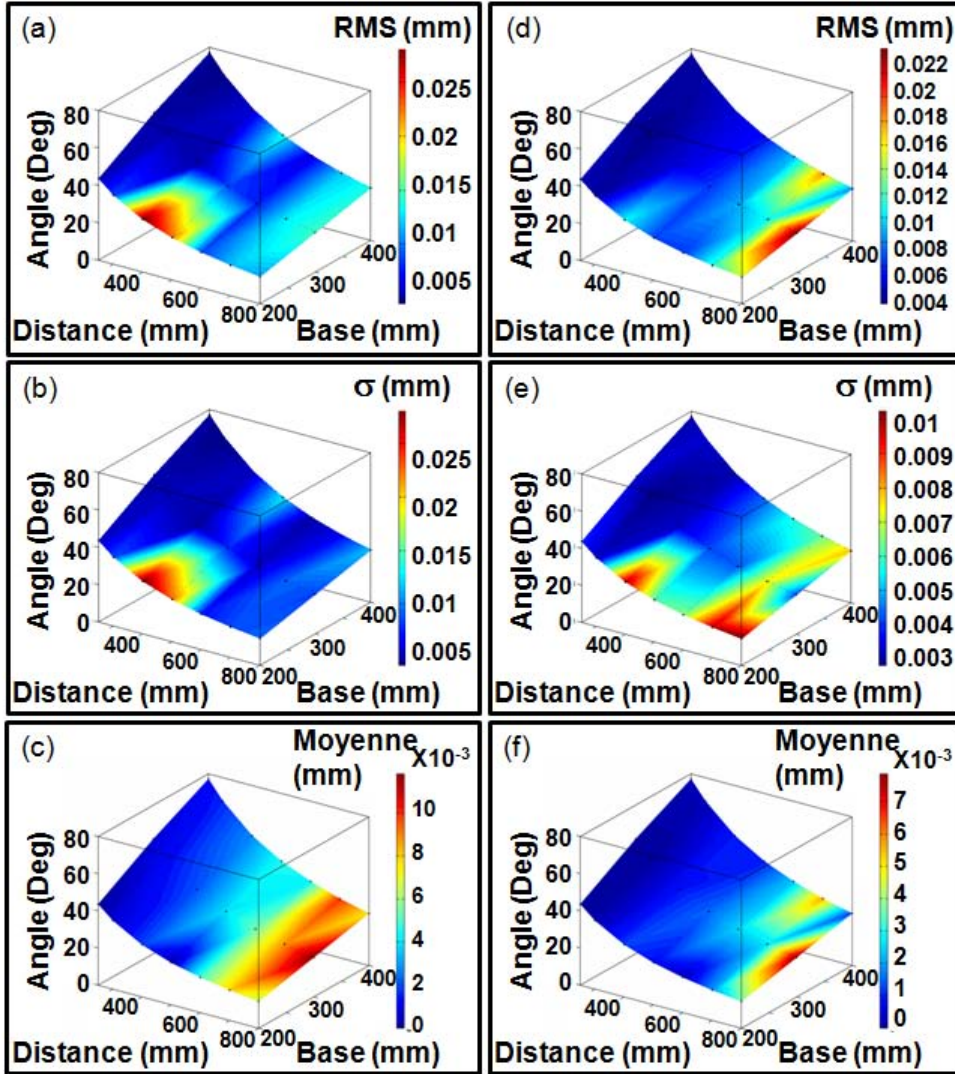


FIG. 3.10 – Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de la base, de la distance et de l'angle en fenêtre 32 pixels, (a) (b) (c) sur la surface totale (d) (e) (f) sur la zone $Z1$ de 10×10 mm

vus pour la fenêtre 16 pixels : une diminution de l'erreur RMS et une diminution de la dispersion des erreurs RMS . La dispersion des points qui se manifeste lorsque l'angle diminue est moins marquée avec des grandes fenêtres. Les écarts-type obtenus lors des calculs réalisés avec des grandes tailles de fenêtre sont plus faibles que les écarts-type obtenus avec des fenêtres plus petites. Les moyennes obtenues lors des calculs réalisés avec des grandes tailles de fenêtre sont plus importantes que les moyennes obtenues avec des fenêtres plus petites. L'angle à partir duquel la dispersion est importante dans le cas de l'ajustement au sens des moindres carrés sur le rayon 25 mm est de 30° environ. Les meilleures reconstructions sont réalisées avec un angle supérieur à 30° , l'erreur RMS obtenue est inférieure à 0,01 mm sur l'ensemble des points et sur la zone $Z1$.

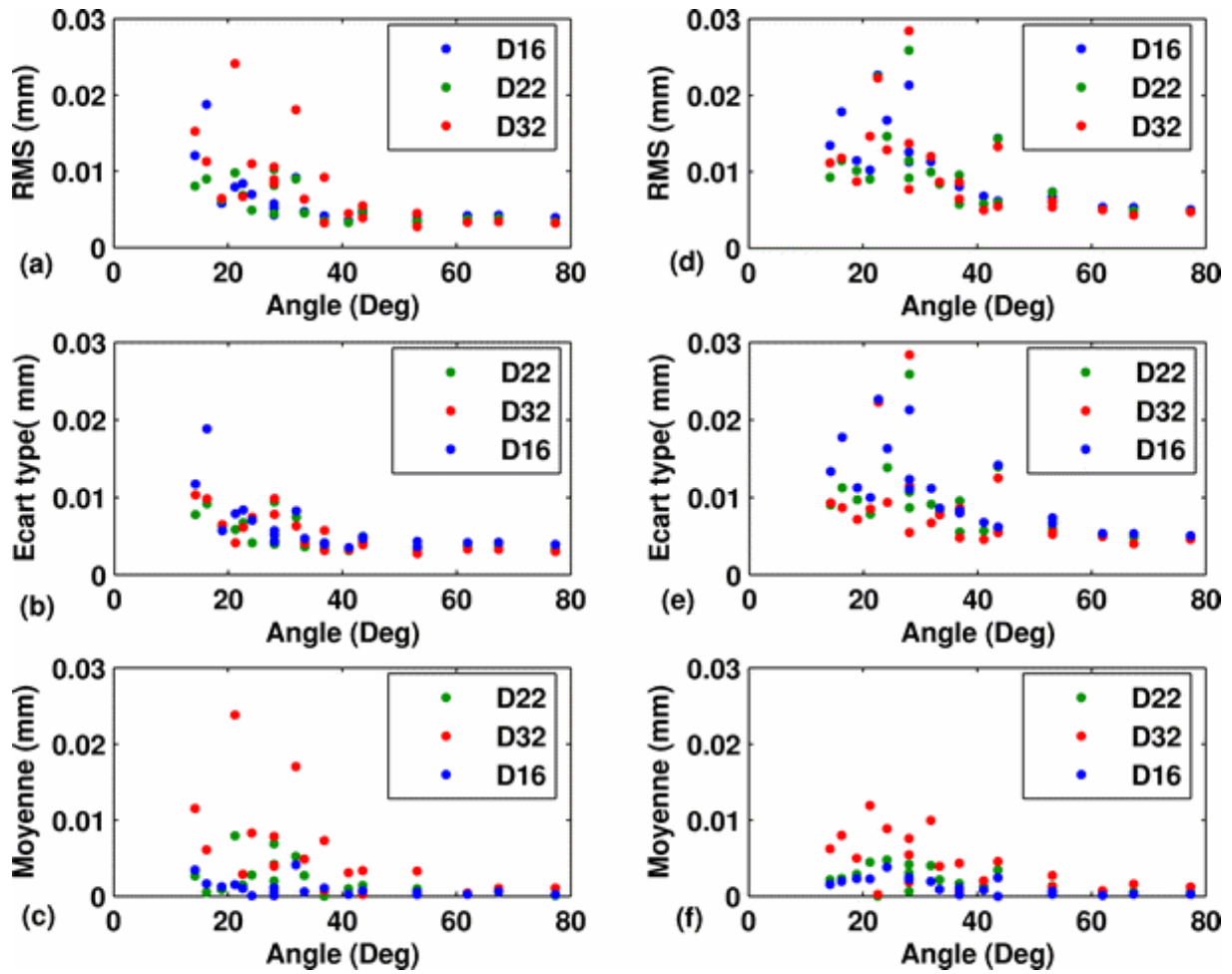


FIG. 3.11 – Erreur RMS , écart type σ et moyenne en fonction de l'angle entre les caméras en fenêtre 16, 22 et 32 pixels, (a) (b) (c) sur la zone $Z1$ de 10×10 mm (d) (e) (f) sur la surface totale

3.3 Stéréo-corrélation

Le système de corrélation d'image et la reconstruction 3D ont été testés et évalués séparément dans les paragraphes précédents. Afin de réunir ces deux techniques, nous avons souhaité réaliser une étude similaire à l'analyse effectuée dans le chapitre précédent en 2D avec le système de stéréo corrélation d'images Aramis. L'idée étant d'utiliser, comme pour l'étude 2D, des images synthétiques parfaites dont nous pouvons contrôler certains paramètres (taille du mouchetis, transformation mécanique, ...). Sachant qu'un calcul réalisé à l'aide d'un logiciel de stéréo-corrélation nécessite des paires d'images issues de deux caméras différentes et un calibrage permettant de déterminer les positions des deux caméras, deux solutions sont envisageables.

La première solution consiste à fournir au logiciel les paires d'images synthétiques de

l'objet et les paires d'images d'une mire de calibrage également synthétique. Dans ce cas, le logiciel effectue le calibrage à partir des images fournies. La difficulté de cette méthode réside dans la création des images. En effet, actuellement, il nous est impossible de créer de telles images à partir d'une image de la plaque de calibrage.

La seconde possibilité nécessite de fournir au logiciel les paramètres intrinsèques et extrinsèques des caméras. Cette solution est également impossible dans notre cas, puisqu'il n'est pas possible de calibrer le logiciel par un autre moyen que l'acquisition d'images de la plaque de calibrage. Nous n'avons d'ailleurs aucune connaissance des paramètres intrinsèques et extrinsèques après calibrage sur Aramis.

Avec les moyens dont nous disposons, il nous est impossible de réaliser une étude en stéréo-corrélation d'images avec des images synthétiques. Nous avons donc décidé de réaliser une étude avec des images réelles à partir des images synthétiques utilisées dans le chapitre précédent. Suivant les paires de caméras utilisées, les objectifs, les configurations géométriques (base, distance, angle), nous avons la possibilité de mesurer les déplacements en pixel ou millimètre. Dans le cas présent, nous utilisons la paire de caméras du capteur Atos avec des objectifs de 35 mm, la surface mesurée est de 175×130 mm ce qui donne un facteur d'échelle d'environ 0,128 mm/pixel.

3.3.1 Protocole expérimental

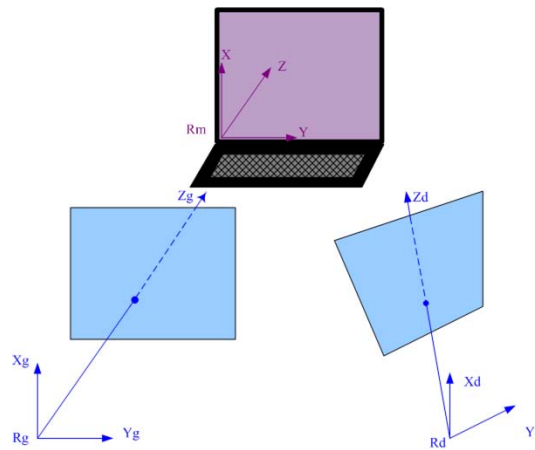


FIG. 3.12 – Configuration d'essai

L'utilisation d'images réelles pour une telle étude engendre certaines erreurs. Nous pouvons citer les erreurs dues aux caméras non parfaites (calibrage, distorsions, netteté, ...), à l'environnement (différence de contraste entre les images, ...) ou encore à l'essai lui-même. Afin de limiter les erreurs dues à l'essai, nous avons utilisé les images synthétiques

déjà traitées dans le chapitre précédent. Ce choix nous permet de contrôler la déformation mécanique appliquée très précisément. Afin d'éviter tout mouvement rigide lors des changements d'images, et alors d'ajouter des erreurs dues à la correction de ces mouvements, nous avons fait défiler les différentes images sur un écran d'ordinateur (écran LCD de résolution 1920x1200 pixels). Soient $R_g(C_g, x_g, y_g, z_g)$ le repère associé à la caméra de gauche, $R_m(O, x, y, z)$ associé à l'écran, la caméra de gauche est placée le plus parallèlement possible au plan de l'écran (utilisation de niveaux) afin d'utiliser les images prises par cette caméra en corrélation d'image 2D (figure 3.12). De plus, la grille est définie sur les images issues de cette caméra. Pour se rapprocher au plus près des résultats du chapitre précédent, il est indispensable que les images qui défilent sur l'écran correspondent à une zone carrée de 512×512 pixels sur les images issues de la caméra gauche, c'est à dire éviter toute rotation entre les repères R_g et R_m .

Dans ce cas, les causes d'erreurs vont être liées à la mise à l'échelle de l'image sur l'écran de l'ordinateur pour avoir un mouchetis couvrant une zone de 512×512 pixels sur l'image finale, le recalage des repères R_m et R_g et une différence de contraste entre les deux caméras. En effet, lorsque la caméra gauche est placée face à l'écran, la caméra droite forme un angle d'environ 32 degrés avec la première et donc 58 degrés avec l'écran. Cet angle entraîne une différence de contraste visible sur la figure 3.13.

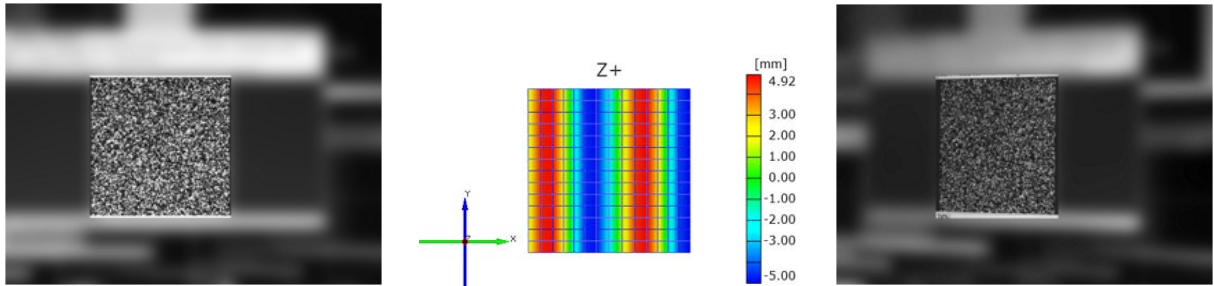


FIG. 3.13 – Images de l'essai utilisant un écran d'ordinateur et champ de déplacement correspondant

Les paramètres que nous avons choisi de traiter dans cette partie sont les paramètres mis en évidence lors de l'étude de sensibilité en corrélation d'image 2D, c'est à dire : la déformation, le gradient de déformation et la taille de la fenêtre de corrélation.

Comme précédemment, les déplacements sont mesurés au centre de fenêtres de corrélation carrées de dimension D avec un intervalle horizontal et vertical correspondant à D , évitant ainsi tout recouvrement. L'erreur-type ou RMS (Root Mean Square Error) définie par la relation 3.2, est calculée sur toute l'image.

Afin de tester l'influence des paramètres liés à l'acquisition des images (distorsion optique, alignement de la caméra dans le cas de la corrélation d'images, mise à l'échelle, ...), nous

avons confronté les résultats issus du protocole expérimental décrit précédemment avec les résultats en corrélation d'images 2D obtenus à partir des images synthétiques fournies directement au logiciel, sans passer par un système d'acquisition.

3.3.2 Traction/compression

		$p = 10$	$p = 20$	$p = 30$	$p = 60$	$p = 130$	$p = 260$	$p = 510$
$\alpha = 0.02$		1	2	3	4	5	6	7
	U	0,2	0,4	0,6	1,2	2,6	5,2	10,2
	$U_{,x}$	0,1257	0,1257	0,1257	0,1257	0,1257	0,1257	0,1257
	$U_{,xx}$	0,0789	0,0394	0,0263	0,0132	0,0061	0,0030	0,0015
$\alpha = 0.01$		8	9	10	11	12	13	14
	U	0,1	0,2	0,3	0,6	1,3	2,6	5,1
	$U_{,x}$	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628
	$U_{,xx}$	0,0395	0,0197	0,0132	0,0066	0,0030	0,0015	0,0008
$\alpha = 0.005$		15	16	17	18	19	20	21
	U	0,05	0,1	0,15	0,3	0,65	1,3	2,55
	$U_{,x}$	0,0314	0,0314	0,0314	0,0314	0,0314	0,0314	0,0314
	$U_{,xx}$	0,0197	0,0099	0,0066	0,0033	0,0015	0,0008	0,0004
$\alpha = 0.001$		22	23	24	25	26	27	28
	U	0,01	0,02	0,03	0,06	0,13	0,26	0,51
	$U_{,x}$	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063
	$U_{,xx}$	0,0039	0,0019	0,0013	0,0007	0,0003	0,0002	0,0001

TAB. 3.4 – Répartition de la déformation dans les images

Nous rappelons que la transformation mécanique utilisée est une traction compression simulée par les images représentant un mouchetis parfait (sans bruit) auquel on impose un déplacement sinusoïdal unidirectionnel défini par la relation 3.3.

$$\underline{U}(\underline{x}) = \alpha p \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (3.3)$$

$$\underline{U}_{,x}(\underline{x}) = \frac{\partial \underline{U}}{\partial x} = 2\pi\alpha \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x = U_{,x}^{Max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (3.4)$$

$$\underline{U}_{,xx}(\underline{x}) = \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial x^2} = \frac{-4\pi^2\alpha}{p} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x = -U_{,xx}^{Max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \underline{e}_x \quad (3.5)$$

avec $p \in \{10, 20, 30, 60, 130, 260, 510\}$ la période en pixels

$\alpha \in \{0,001, 0,005, 0,01, 0,02\}$ le rapport de l'amplitude du déplacement sur la période ($\alpha = \frac{a}{p}$), c'est l'image de l'amplitude de la déformation

Les différentes valeurs de la déformation et du gradient de déformation maximum appliqués aux 28 images sont rappelées dans le tableau 3.4.

3.3.2.1 Analyse globale

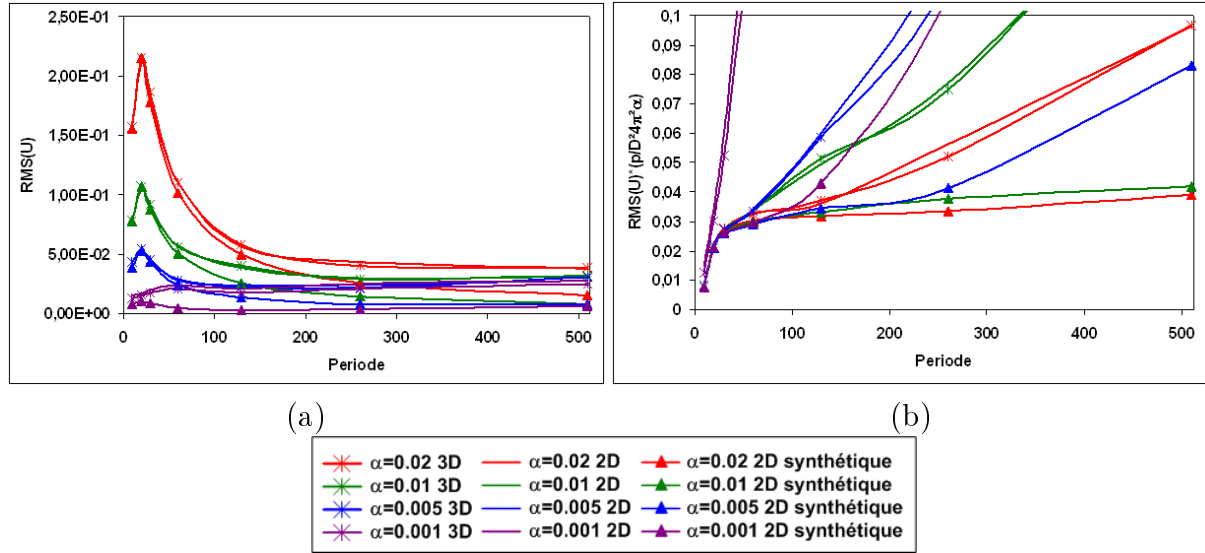


FIG. 3.14 – $RMS(U)$ (a) et $RMS(U)/D^2U^{Max}_{,xx}$ (b) en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels.

La figure 3.14 représente le RMS du déplacement ($RMS(U)$) et le rapport $RMS(U)$ sur gradient de déformation maximal ($RMS(U)/D^2U^{Max}_{,xx}$) en fonction de la période, pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels dans les trois configurations d'essai (stéréo-corrélation et corrélation d'images avec des images réelles et corrélation d'images avec des images synthétiques).

Les courbes du $RMS(U)$ en fonction de la période montrent que le passage entre la stéréo-corrélation et la corrélation d'images avec des images réelles a peu d'influence dans notre cas. En effet les courbes correspondant à ces deux configurations sont très proches avec néanmoins une meilleure performance pour la stéréo-corrélation. Cette tendance peut être expliquée par le fait qu'il est difficile de positionner la caméra utilisée pour la corrélation 2D de telle sorte que le plan de déformation et le plan image de la caméra soient parallèles. Dans cette configuration, l'erreur due au mauvais alignement de la caméra utilisée pour la corrélation d'images est importante. De plus, lorsque nous comparons les résultats obtenus avec des images réelles et les résultats issus des calculs effectués à partir d'images synthétiques, nous constatons que le biais lié à l'acquisition des images n'est pas négligeable et supplante l'erreur due à la stéréovision. Outre les caméras, les sources

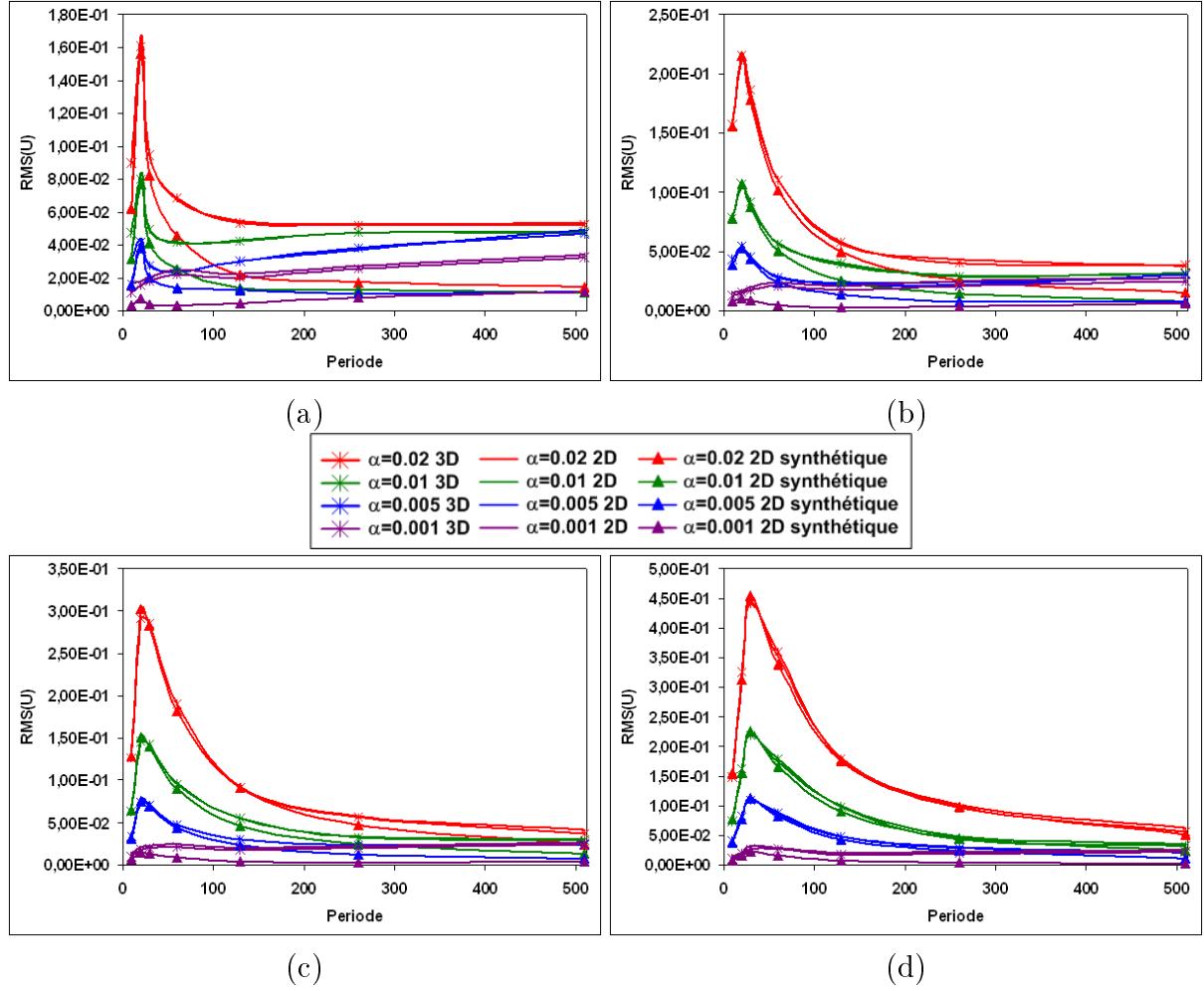


FIG. 3.15 – $RMS(U)$ en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 10 pixels (a), 16 pixels (b), 22 pixels (c) et 32 pixels(d).

d'erreurs dues à l'acquisition peuvent être liées aux images elles-mêmes. En effet, pour capturer les images synthétiques par le biais des caméras, nous les avons fait défiler sur un écran d'ordinateur. La fréquence de rafraîchissement de l'écran, sa résolution, la mise à l'échelle des images sont autant de paramètres qui sont susceptibles de modifier la mesure et qui pourraient expliquer les différences observées entre les différentes courbes.

Afin de tester l'influence de la taille de fenêtre de corrélation, les 28 images précédentes ont été utilisées avec 4 tailles de fenêtre D de 10, 16, 22 et 32 pixels. Les graphiques des figures 3.15 et 3.16 représentant le $RMS(U)$ et le rapport $RMS(U)$ sur gradient de déformation maximal ($RMS(U)/D^2 U_{,xx}^{Max}$) en fonction de la période, révèlent une influence de la taille de fenêtre de corrélation sur les erreurs en déplacement. Les observations du chapitre précédent sont toujours valables lorsque des images réelles sont utilisées, mais avec quelques réserves. Nous retrouvons les différents régimes décrits précédemment avec

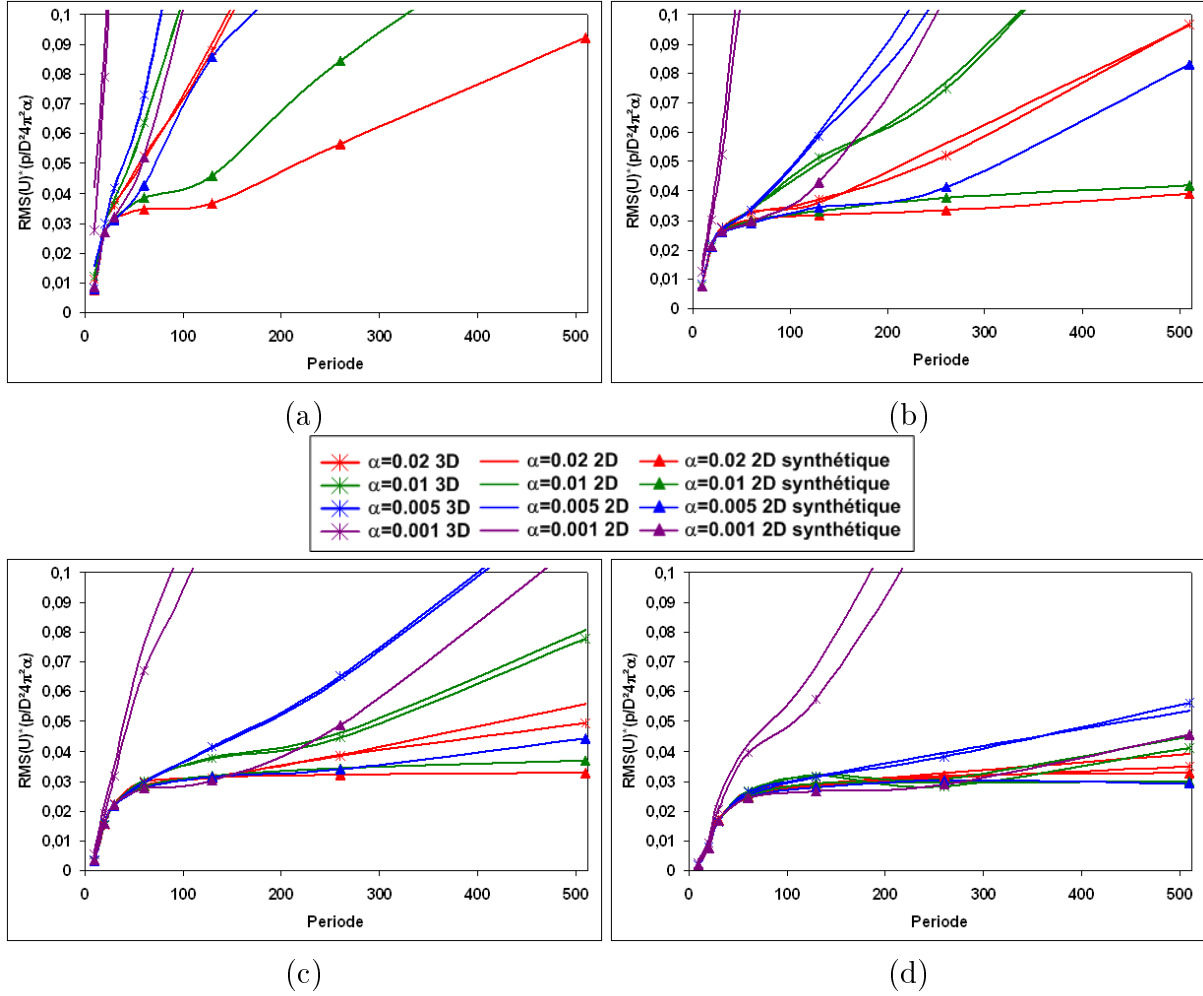


FIG. 3.16 – $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ en fonction de la période p avec une taille de fenêtre de corrélation de 10 pixels (a), 16 pixels (b), 22 pixels (c) et 32 pixels (d).

une accentuation des divergences des courbes du $RMS(U)/D^2U_{,xx}^{Max}$ pour les faibles amplitudes de déformation α . L'asymptote est atteinte uniquement pour les grandes tailles de fenêtres.

En représentant les valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la configuration d'essai (figure 3.17 (a)), les paramètres liés à la stéréovision paraissent négligeables devant les erreurs liées à l'acquisition des images. Le graphique représentant les valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de la taille de la fenêtre de corrélation permet de mettre en évidence les liens existants entre la taille de la fenêtre et l'amplitude de la déformation appliquée. En effet, nous remarquons que l'influence de la taille de la fenêtre de corrélation augmente lorsque l'amplitude de déformation est plus importante. De plus, en augmentant la taille de la fenêtre, nous minimisons l'effet des erreurs liées à l'acquisition des images et nous augmentons l'effet du passage du 2D au 3D. Effectivement, les valeurs

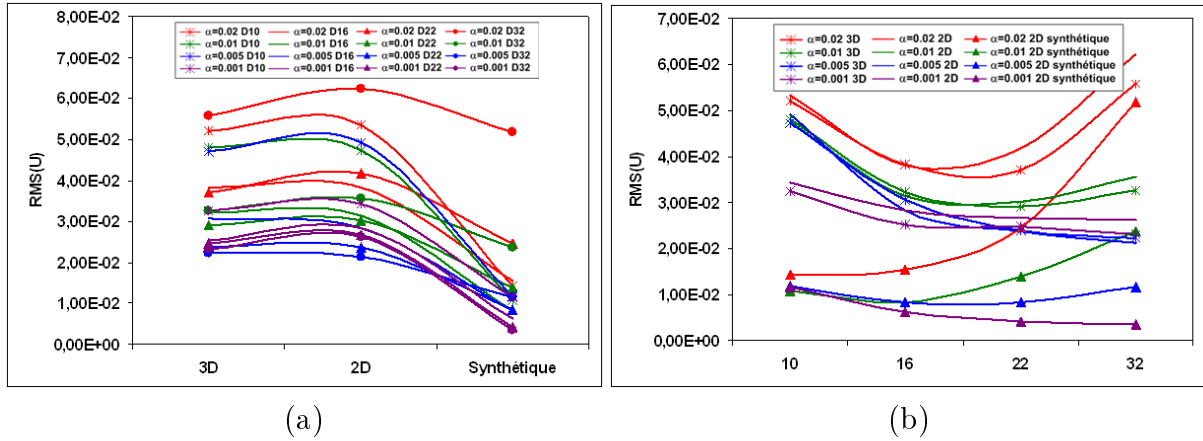


FIG. 3.17 – Valeurs asymptotiques de $RMS(U)$ en fonction de la configuration d'essai (a) et en fonction de la taille de fenêtre (b).

asymptotiques des calculs réalisés sur des images synthétiques se rapprochent des valeurs asymptotiques obtenues à partir d'images réelles. En moyenne, la valeur asymptotique du $RMS(U)$ obtenue avec les images réelles est trois fois supérieure à celle obtenue avec les images synthétiques.

3.3.2.2 Analyse globale des déplacements et déformations

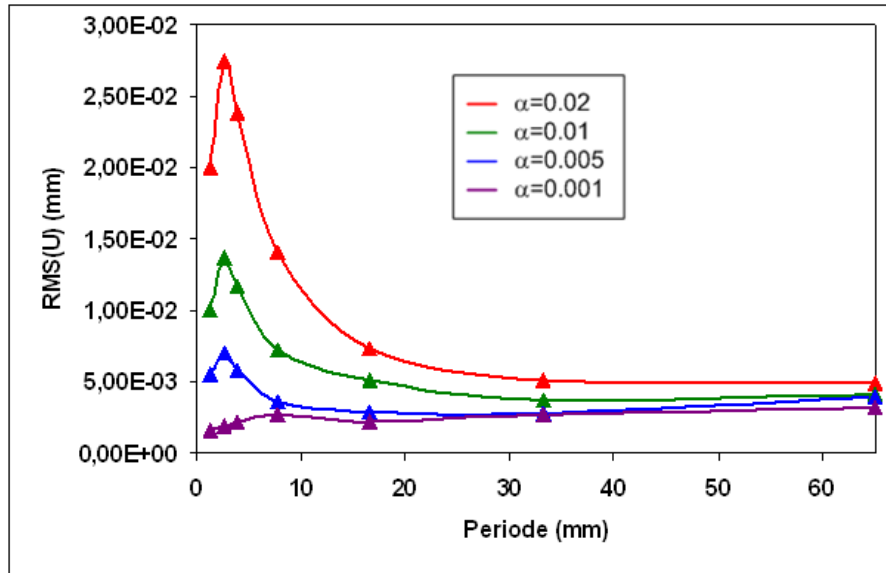


FIG. 3.18 – $RMS(U)$ en fonction de la période pour les quatre amplitudes de déformation α avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels.

En utilisant le facteur d'échelle défini en introduction de cette partie, nous avons la possibilité d'évaluer le $RMS(U)$ en millimètres (figure 3.18) présenté ici pour une fenêtre

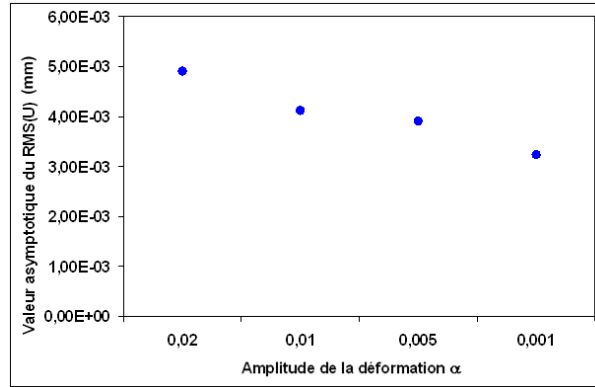


FIG. 3.19 – Valeurs asymptotiques du $RMS(U)$ en fonction de l'amplitude de déformation α

de corrélation de 16 pixels soit environ 2 mm. Les caractéristiques de ces courbes sont identiques et on s'intéresse plus particulièrement à la valeur asymptotique (figure 3.19). Cette valeur asymptotique est relativement constante et indépendante de l'amplitude du déplacement et de l'amplitude de la déformation. Nous obtenons une valeur d'environ 4 μm correspondant à l'incertitude de mesure du système dans la mesure de déplacements dans le plan pour une surface de mesure de 175×130 mm.

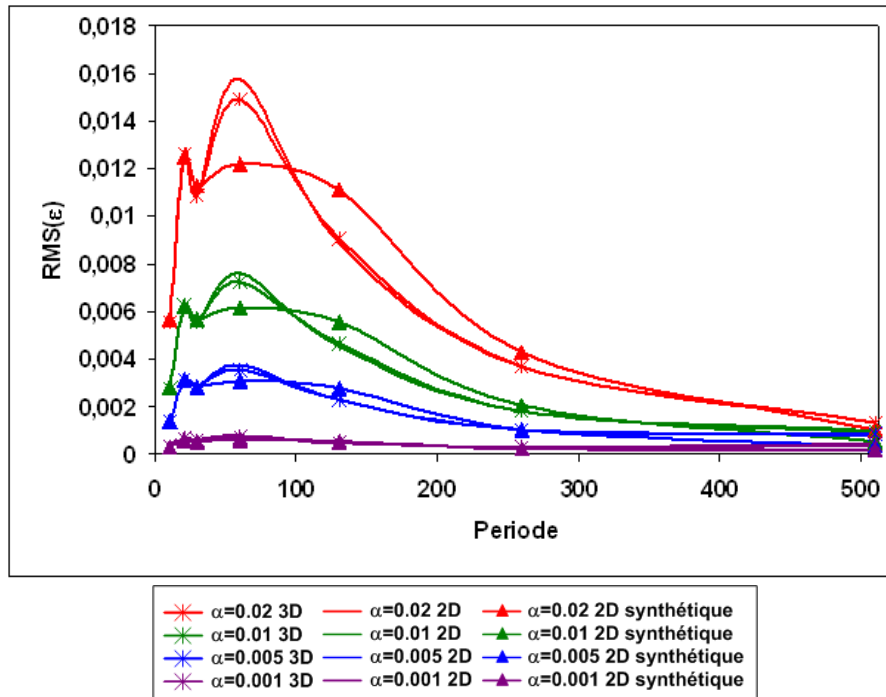


FIG. 3.20 – $RMS(\epsilon)$ en fonction de la période pour les quatre amplitudes de déformation α

Nous avons calculé de la même façon que dans le chapitre précédent la déformation à partir

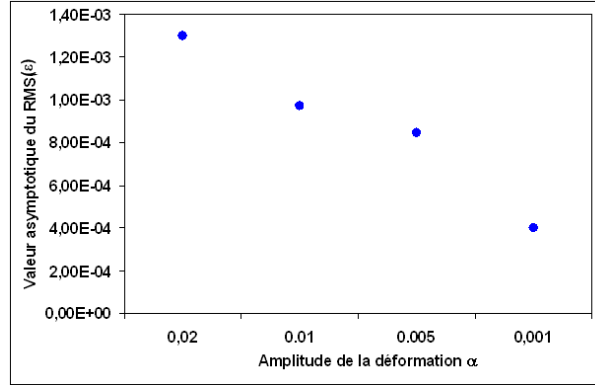


FIG. 3.21 – Valeurs asymptotiques du $RMS(\varepsilon)$ en fonction de l'amplitude de déformation α

d'une formulation différences finies centrées, toujours pour une fenêtre de 16 pixels (figure 3.18). On peut comparer sur cette figure les résultats obtenus à partir d'images réelles traitées en 2D ou en stéréo-corrélation ainsi que les résultats issus d'images synthétiques traitées en corrélation. Les comportements sont assez proches et l'on constate ici aussi que l'erreur de stéréovision est négligeable par rapport aux différentes erreurs introduites dans la chaîne de mesure (position des caméras, recalage 512 pixels, ...). De la même manière on s'intéresse alors à la valeur asymptotique (figure 3.19). Dans ce cas aussi la valeur asymptotique est relativement constante et indépendante de l'amplitude du déplacement et de l'amplitude de la déformation. Nous obtenons une valeur d'environ 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$ correspondant à la précision du système dans la mesure de déformations dans le plan pour une surface de mesure de 175×130 mm et pour un pas de calcul d'environ 4 mm (2 fois la taille du pas). Cette valeur est d'environ 400 $\mu\text{m}/\text{m}$ pour une amplitude de déformation $\alpha = 0,1\%$.

3.3.2.3 Analyse locale

Lors de l'analyse locale effectuée sur des images synthétiques dans le chapitre précédent, le repère $R_g(C_g, x_g, y_g, z_g)$ associé à la caméra de gauche et le repère $R_m(O, x, y, z)$ associé au mouchetis sont les mêmes. Le $RMS(U)$ est alors calculé par colonne, c'est à dire pour chaque point de mesure ayant la même coordonnée dans la direction y . Cette analyse permet de déterminer l'erreur systématique et l'erreur aléatoire associée à chaque état de transformation (déplacement, déformation et gradient de déformation). Dans le cas présent, une analyse locale analogue est difficilement envisageable puisqu'il existe une petite rotation entre les deux repères. Les centres des fenêtres de corrélation ayant la même coordonnée dans la direction y_g dans le repère caméra gauche sur l'image de la ca-

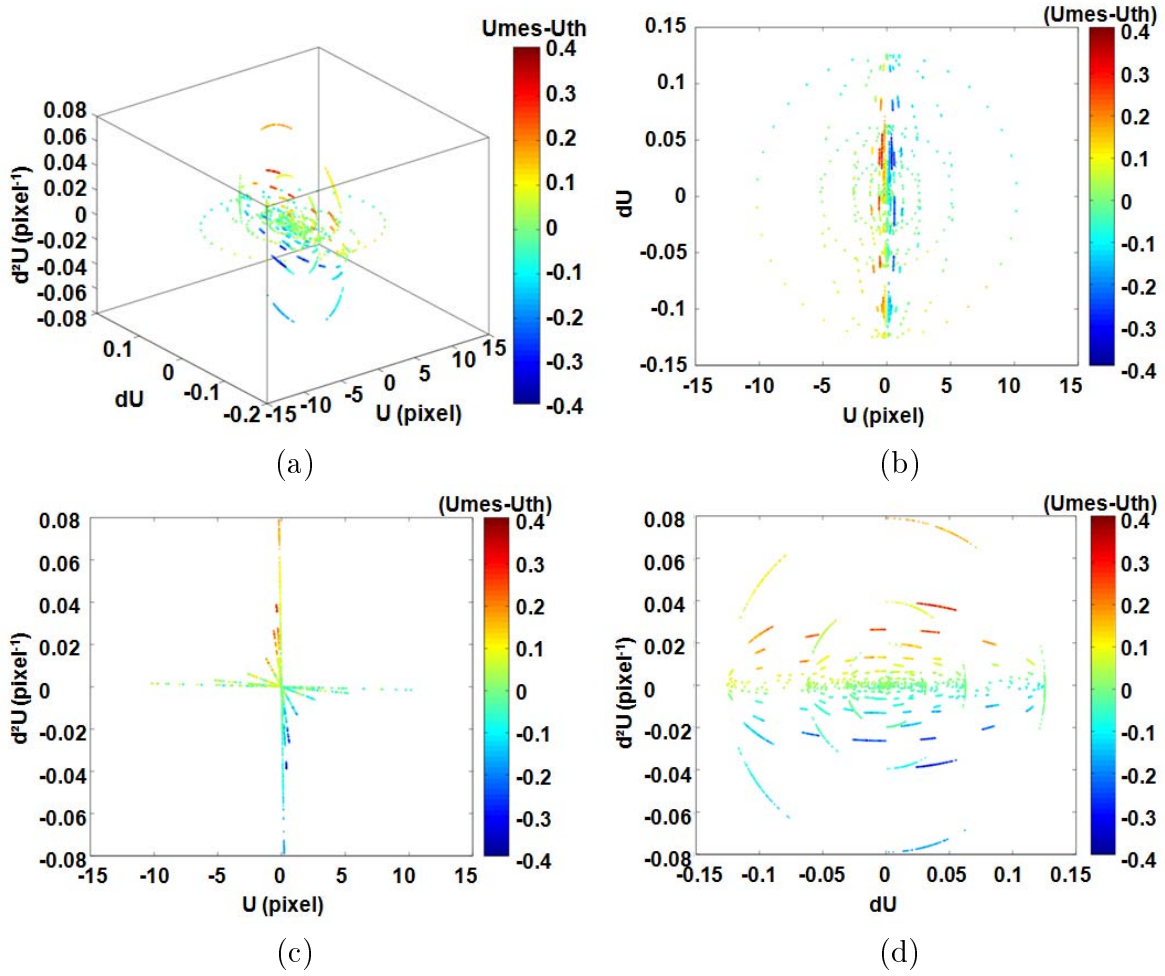


FIG. 3.22 – $(U_{mes} - U_{th})$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$ pour chaque centre de fenêtre de corrélation de 16×16 pixels. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud^2U (c), Vue plan dUd^2U (d).

méra gauche ne subiront pas la même transformation mécanique puisqu'ils n'auront pas la même coordonnée dans la direction y dans le repère du mouchetis. Finalement, à chaque point de mesure correspondra un état de déformation différent, empêchant ainsi toute analyse statistique. C'est pourquoi nous avons choisi de représenter pour chaque point l'écart entre la valeur du déplacement mesurée et la valeur du déplacement théorique (figure 3.22) et le même écart normalisé par la valeur théorique du déplacement (figure 3.23). Les résultats présentés ici correspondent aux calculs avec une fenêtre de corrélation de 16 pixels. Les mêmes tendances amenant aux mêmes conclusions sont observées avec des tailles de fenêtre différentes. Le traitement avec une fenêtre de 16 pixels (961 résultats par image) des 28 images créées à partir de la fonction sinusoïdale couvre un ensemble de solution le plus souvent inscrit dans l'intervalle $|U_{mes} - U_{th}| < 0,1 \text{ pixels}$; $|U| < 5 \text{ pixels}$; $|U_{,x}| < 0,1$; $|U_{,xx}| < 0,01 \text{ pixels}^{-1}$. Comme pour l'analyse locale réalisée avec des images

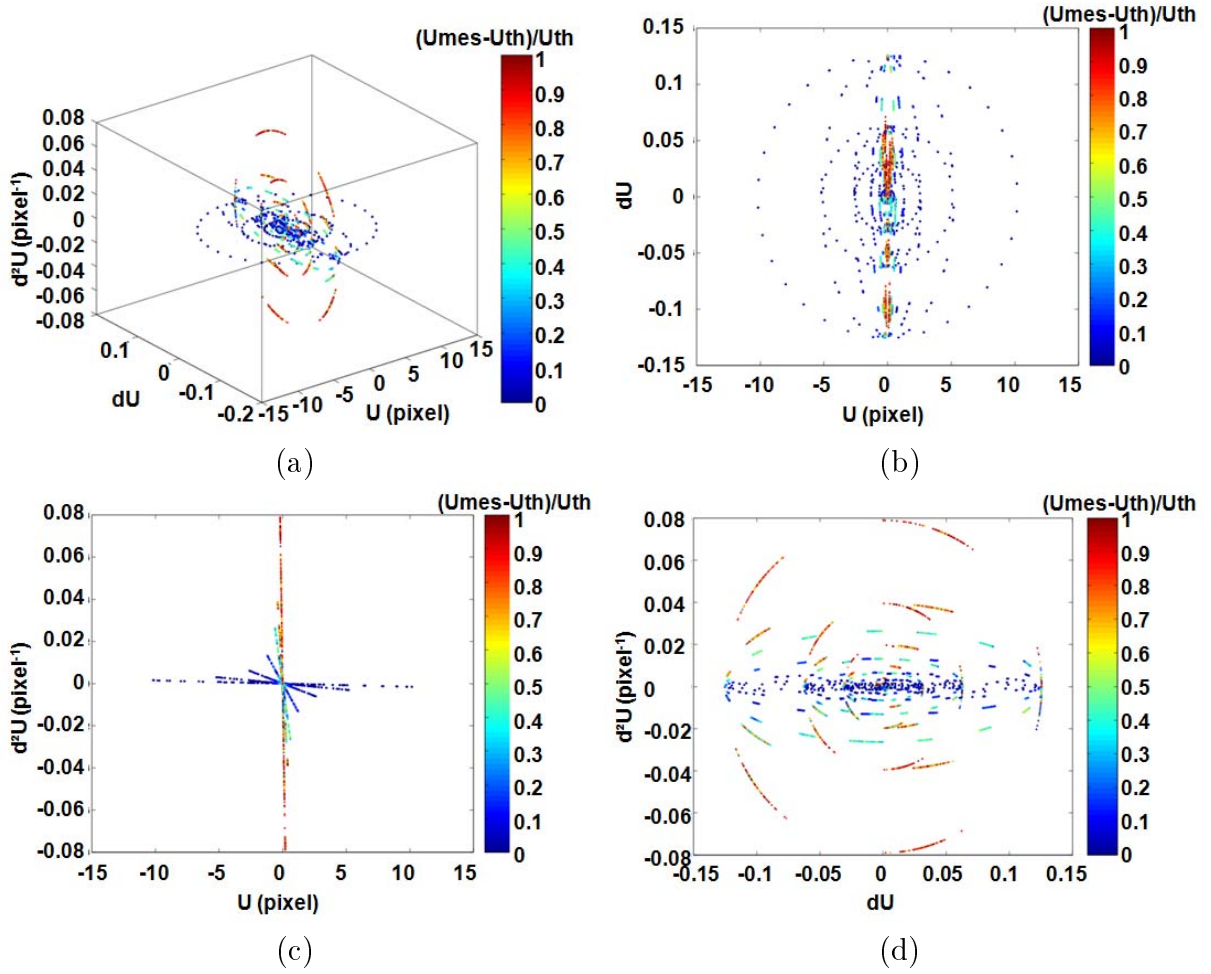


FIG. 3.23 – $(U_{mes} - U_{th})/U_{th}$ en fonction du déplacement U du gradient du déplacement $U_{,x}$ et du gradient de déformation $U_{,xx}$ pour chaque centre de fenêtre de corrélation de 16×16 pixels. Vue 3D (a), Vue plan UdU (b), Vue plan Ud^2U (c), Vue plan dUd^2U (d).

synthétiques, l'erreur de mesure en stéréo-corrélation d'images dépend principalement du second gradient du déplacement $U_{,xx}$. Quand le gradient de déformation $U_{,xx}$ est dans l'intervalle ci-dessus, c'est-à-dire dans le cas de déformations relativement homogènes (cas le plus souvent observé expérimentalement), quel que soit le déplacement ou la déformation, l'écart $(U_{mes} - U_{th})$ est toujours inférieur à 0,05 pixels. Les erreurs $(U_{mes} - U_{th})$ normalisées par le déplacement théorique les plus fortes sont obtenues pour une combinaison déplacement très faible ($U < 0,5 \text{ pixels}$), déformation moyenne ($U_{,x} \approx 0,04$), gradient de déformation important ($|U_{,xx}| > 0,02 \text{ pixels}^{-1}$), c'est-à-dire dans le cas de déformations hétérogènes.

3.3.3 Translation pure

Des images synthétiques simulant une translation pure dans la direction x ont été créées afin de déterminer l'erreur aléatoire et l'erreur systématique associées à la mesure en stéréo-corrélation d'images. La série est composée de 21 images : une image de référence identique à l'image de référence utilisée pour la transformation en sinus, et 20 images transformées pour lesquelles nous avons appliqué un déplacement de $-f/20$ dans la direction x , f étant le numéro de l'image (tableau 3.5).

image (f)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U (pixel)	-0,05	-0,1	-0,15	-0,2	-0,25	-0,3	-0,35	-0,4	-0,45	-0,5
V (pixel)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
image (f)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U (pixel)	-0,55	-0,6	-0,65	-0,7	-0,75	-0,8	-0,85	-0,9	-0,95	-1
V (pixel)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TAB. 3.5 – Répartition du déplacement dans les images

La procédure d'acquisition des images décrite précédemment est appliquée ici, permettant de confronter les résultats issus de la stéréo-corrélation et de la corrélation d'images réalisées avec des images réelles défilant sur un écran d'ordinateur et les résultats obtenus par corrélation d'images synthétiques. Afin de rapprocher au plus les images synthétiques des images réelles, nous avons bruité les images synthétiques en appliquant un bruit blanc gaussien d'écart type 1,57 niveau de gris (valeur obtenue en comparant deux images réelles acquises par le même dispositif à deux instants différents).

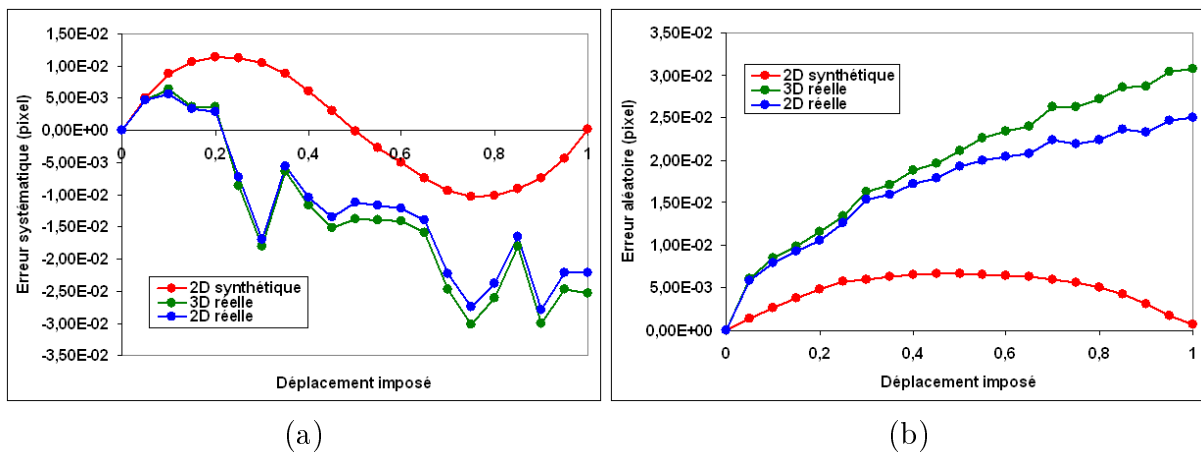


FIG. 3.24 – Erreur systématique (a) et erreur aléatoire (b) dans le cas du traitement 2D avec des images synthétiques et du traitement en stéréo-corrélation pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels

L'erreur systématique, correspondant à la moyenne des erreurs en déplacement dans la

direction x ($\sum_n (U_{mes} - U_{th})/n$) pour les n points de l'image est représentée sur la figure 3.24 (a) pour une fenêtre de corrélation de 16 pixels. Les résultats proposés correspondent aux calculs réalisés en corrélation d'images 2D sur des images synthétiques bruitées et aux erreurs obtenues avec la configuration utilisant des images réelles en 3D et en 2D. Les écarts calculés supposent que le déplacement imposé soit de $-f/20$ dans la direction x dans l'image f . Néanmoins, lors de l'acquisition des images en passant par les caméras, une mise à l'échelle est effectuée et fausse le déplacement imposé. En effet, le mouchetis synthétique correspond dans la réalité à une zone de 512×512 pixels. La transformation imposée est respectée sur les images traitées en stéréo corrélation dans le cas où le mouchetis couvre également une zone de 512×512 pixels sur l'image issue de la caméra de gauche. En pratique, il est difficile de réaliser un tel recalage, ce qui explique l'allure des courbes représentant l'erreur systématique. Dans ce cas, nous constatons que les courbes ne suivent pas un profil en « S » comme décrit en corrélation 2D sur des images synthétiques.

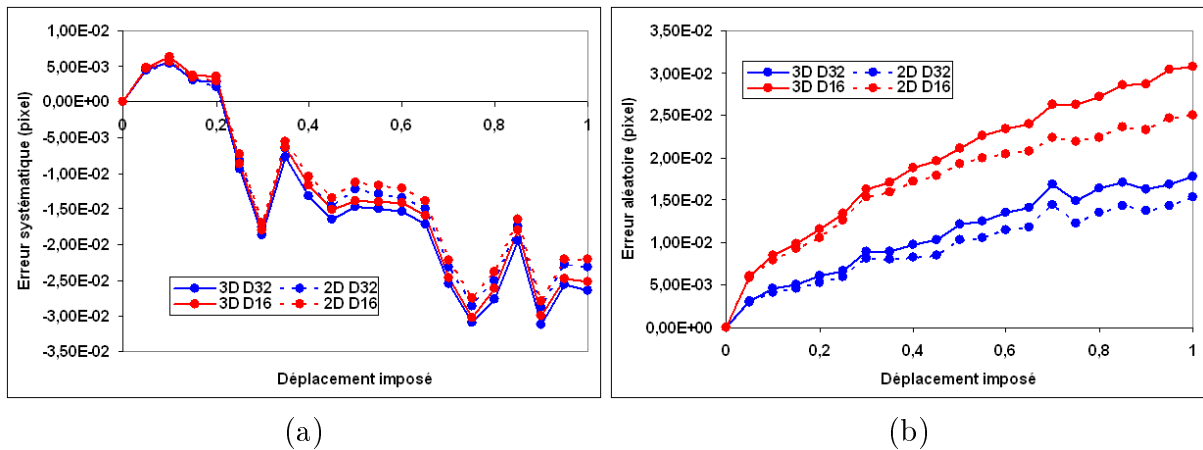


FIG. 3.25 – Erreur systématique (a) et erreur aléatoire (b) pour une taille de fenêtre de corrélation de 16 pixels et de 32 pixels

Les mêmes observations peuvent être effectuées pour les courbes représentant l'erreur aléatoire (figure 3.24 (b)). Dans ce cas, l'erreur aléatoire est plus élevée lorsque l'on utilise des images réelles (ce qui n'est pas le cas pour l'erreur systématique), alors que, comme pour l'erreur systématique, il n'y a que très peu de variation lié à la stéréovision.

La figure 3.25 présente également l'erreur systématique et l'erreur aléatoire mais cette fois, pour différentes tailles de fenêtre de corrélation. Nous pouvons remarquer que la taille de la fenêtre n'a aucune influence sur l'erreur systématique puisque les courbes sont superposées. Par contre, l'erreur aléatoire est dépendante de la taille de fenêtre de corrélation D . En effet, les petites fenêtres ont tendance à l'accentuer.

3.4 Outil logiciel

Les études précédentes nous ont permis de mettre au point un outil développé avec Scilab¹. Cet outil a pour but d'aider à préparer au mieux un essai utilisant des mesures sans contact. Il est composé de deux parties : une partie dédiée à l'analyse des images et une partie liée à la préparation d'un essai (figure 3.26).

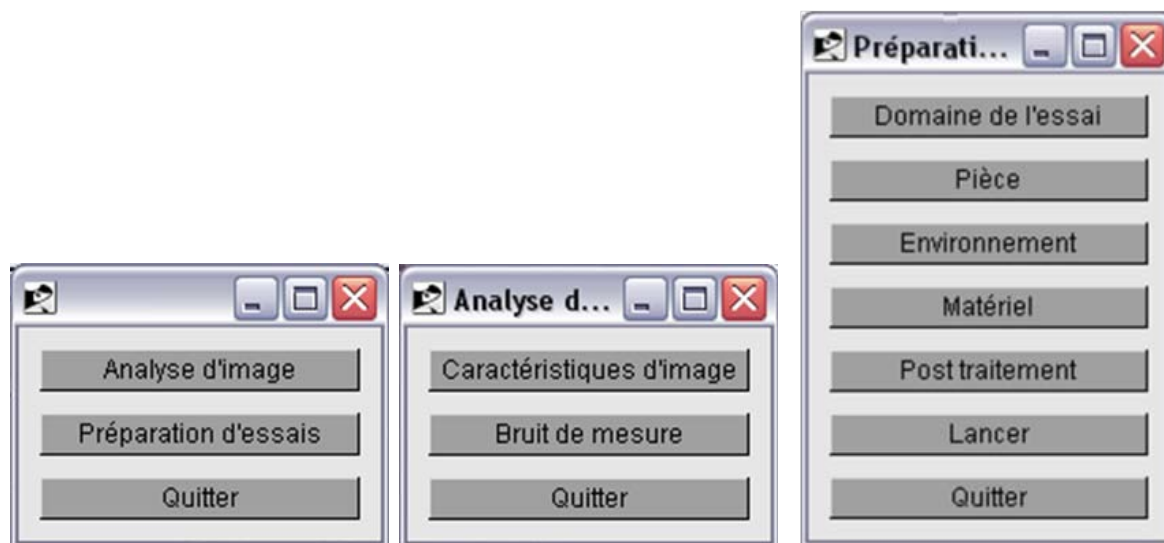


FIG. 3.26 – Menu principal et sous-menus

3.4.1 Analyse d'images

Les études précédentes ont montré que la taille de la fenêtre de corrélation est un paramètre influant dans le calcul des déplacements. Il a également été prouvé que le choix de cette taille de fenêtre est lié à la qualité du mouchetis [Robert 07]. La première partie de cet outil permet principalement d'avoir une estimation de la taille de fenêtre la plus adaptée à l'image.

Ce programme permet de traiter tout format d'image (tif, bmp, jpg, ...). Son principal intérêt réside dans le calcul du rayon d'autocorrélation (ou du rayon moyen des taches du mouchetis). Pour ceci, on utilise l'autocorrélation qui permet de détecter des régularités et des profils répétés dans un signal. Une matrice d'autocorrélation est ainsi calculée sur toute l'image dans un premier temps et par morceaux pour un calcul plus précis et peut être représentée sous forme de cartographie comme l'indique la figure 3.27. Pour plus de

¹<http://www.scilab.org>

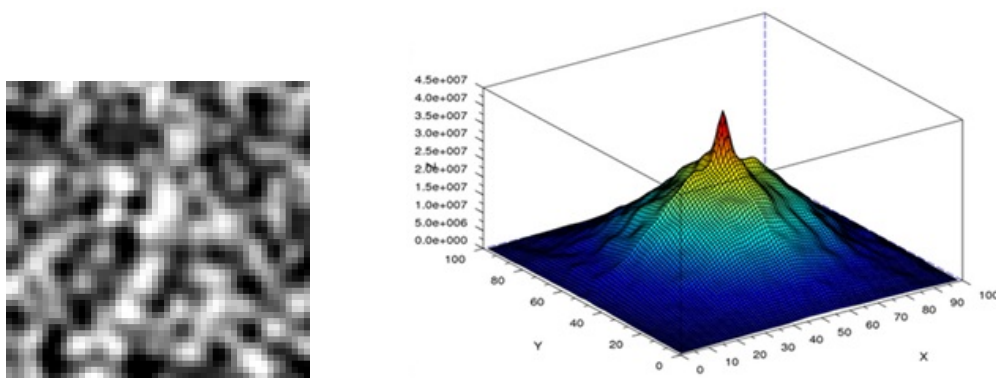


FIG. 3.27 – Image synthétique de 50×50 pixels et cartographie d'autocorrélation correspondante

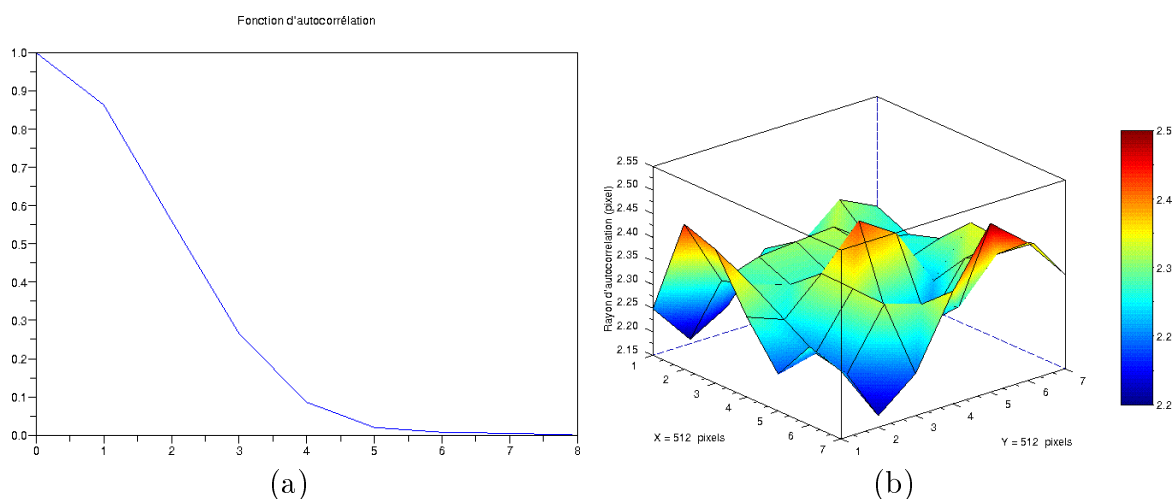


FIG. 3.28 – Fonction d'autocorrélation (a) et répartition des tailles des taches (b).

lisibilité, nous pouvons tracer la fonction d'autocorrélation correspondant à la section médiane de la cartographie d'autocorrélation. Le rayon d'autocorrélation est alors donné par la demi-hauteur de cette fonction d'autocorrélation centrée et normée. Le logiciel fournit un graphique représentant cette fonction d'autocorrélation centrée et normée (3.28(a)), ainsi que la forme moyenne des taches (3.30(a)).

Les résultats sont présentés sous la forme d'un fichier texte (figure 3.30(b)), qui rappelle :

- le nom de l'image traitée,
- la taille, en pixel, de la zone de l'image traitée,
- la taille des sous-domaines utilisés pour le calcul par morceaux,
- le rayon d'autocorrélation moyen et l'écart type correspondant déterminé par le calcul par morceaux,
- le rayon d'autocorrélation global,
- le rayon d'autocorrélation le plus élevé déterminé lors du calcul par morceaux,

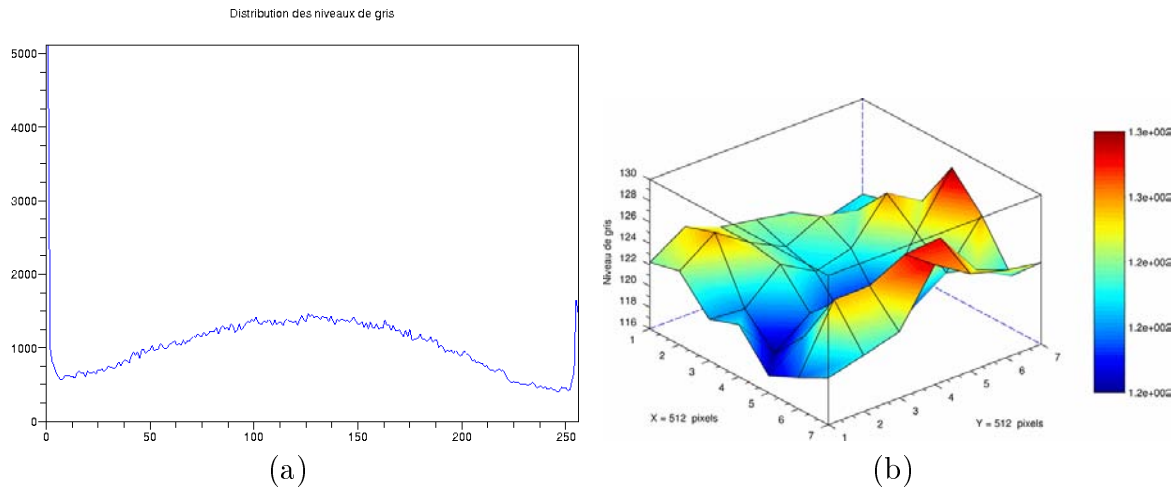


FIG. 3.29 – Histogramme des niveaux de gris (a) et répartition des niveaux de gris (b).

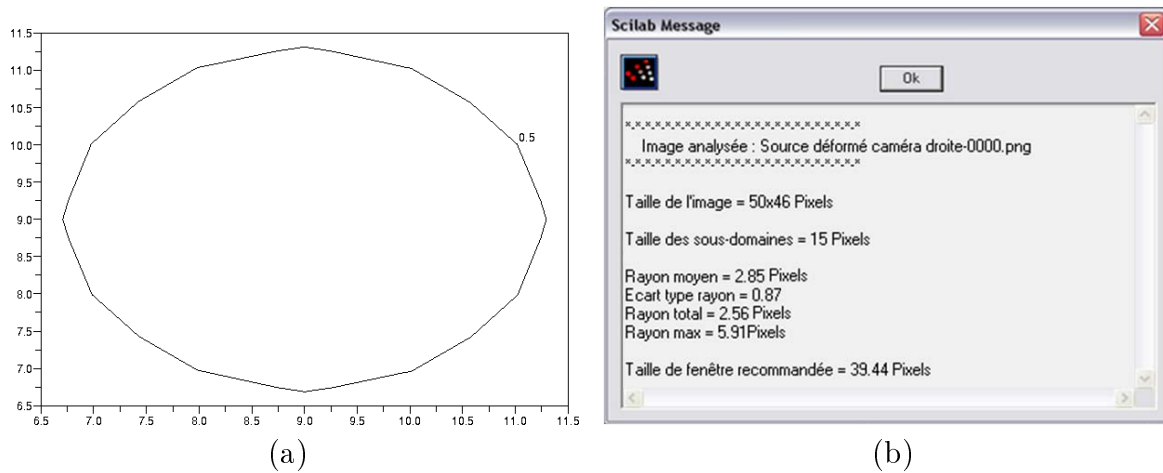


FIG. 3.30 – Forme moyenne des taches (a) et compte rendu (b).

– une taille de fenêtre recommandée.

et différentes figures qui représentent :

- l'histogramme des niveaux de gris (figure 3.29(a)),
- la cartographie des niveaux de gris moyens par morceaux (figure 3.29(b)),
- la fonction d'autocorrélation centrée et normée (figure 3.28(a)),
- la cartographie des rayons d'autocorrélation moyens par morceaux (figure 3.28(b)),
- la forme moyenne des taches (figure 3.30(a)).

Il est également possible de déterminer une estimation du bruit dans les images. Pour cela, il suffit de fournir à l'outil deux images de la même scène, prise dans les mêmes conditions, à deux instants différents.

3.4.2 Préparation d'essais

Cette seconde partie de l'outil logiciel propose une aide à la préparation d'un essai. Différents renseignements sont demandés concernant : le domaine des essais (type de mesure, type d'essai, durée de l'essai, ...), la pièce (dimension, déplacements attendus, type de surface, ...), l'environnement (présence d'obstacle, distance minimum et maximum entre les caméras et la pièce, ...), le matériel (base minimum et maximum, objectifs disponibles, ...), et le post-traitement (type et contenu des fichiers sortie).

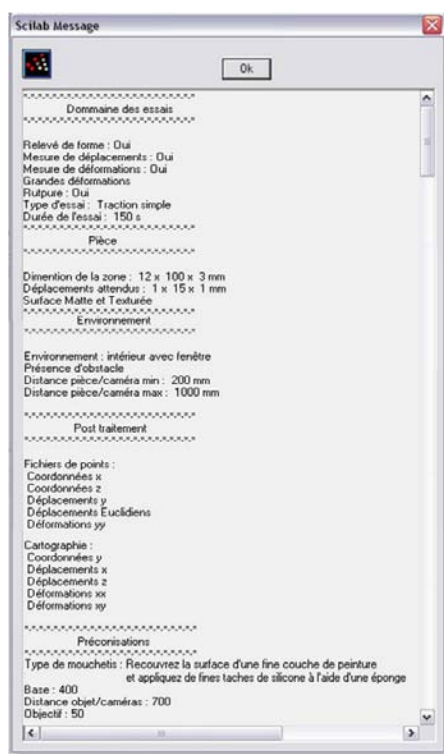


FIG. 3.31 – Rapport de définition de l'essai

Lorsque tous les renseignements sont collectés, le lancement de l'application permet d'obtenir dans une nouvelle fenêtre, un rapport qui est également enregistré au format texte. Ce fichier contient aussi des préconisations pour la préparation de la surface (type de mouchetis), la base et la distance conseillées et les objectifs recommandés en fonction de leur disponibilité. La figure 3.31 montre un extrait d'un rapport de définition de l'essai contenant le récapitulatif et les préconisations. Un fichier image est créé, représentant le mouchetis à réaliser sur la surface à mesurer. Ces préconisations qui vont dans le sens d'un « guide de bonnes pratiques » permettent de définir certains choix laissés à la discrétion de l'utilisateur. A la suite de ces recommandations, l'utilisateur peut :

- préparer la surface avec le mouchetis proposé,

- utiliser les objectifs proposés,
- mettre les caméras dans la configuration géométrique proposée (base, distance, angle),
- faire une première acquisition d’images pour évaluer la qualité du mouchetis avec l’application d’analyse d’images,
- définir la taille de fenêtre de corrélation et le pas à partir de la taille proposée,
- faire une deuxième acquisition d’images (déplacement rigide) pour évaluer la corrélation entre deux états.

3.5 Conclusion

L’évaluation du système de stéréo-corrélation d’images Aramis 3D est un travail qui a permis de répondre à un nombre important de questions que l’opérateur se pose lors de l’utilisation de cette « boîte noire ». Cette évaluation a été effectuée en trois étapes. Les travaux présentés dans le chapitre précédent en corrélation 2D ont permis de mettre en évidence l’influence de nombreux paramètres liés au logiciel, à l’image et à la transformation mécanique. Dans ce chapitre, nous avons testé différents paramètres liés à la technique utilisée en stéréo-corrélation : la stéréovision. Enfin et toujours dans ce chapitre, l’évaluation du système de stéréo-corrélation a pu être menée en extrapolant la méthodologie adoptée dans le chapitre précédent pour l’évaluation de l’erreur RMS en corrélation d’images numériques ; nous avons proposé une caractérisation de notre système de stéréo-corrélation d’images en s’adaptant aux contraintes liées à l’utilisation du logiciel.

Afin de tester le système de stéréovision indépendamment de la corrélation, nous avons capturé des images d’un objet étalon, et par ajustement au sens des moindres carrés du cylindre théorique à partir du nuage de point mesuré, l’erreur de reconstruction a pu être déterminée. L’analyse des résultats obtenus avec différentes configurations du capteur de stéréovision a permis de mettre en évidence l’influence de paramètres liés au capteur (distance entre les caméras, distance entre le système stéréoscopique et l’objet, angle formé par les deux caméras) et au logiciel (taille de la fenêtre de corrélation).

L’utilisation des images synthétiques utilisées dans le chapitre précédent nous a permis de mettre en œuvre un essai mécanique parfaitement contrôlé, rendant ainsi accessible une vérité terrain nécessaire à la quantification de l’erreur de mesure en stéréo-corrélation d’images. Nous avons ainsi proposé une méthode d’évaluation du système mettant en évidence l’influence de nombreux paramètres liés à la transformation mécanique (déplacement rigide, traction/compression), liés au logiciel (taille de fenêtre, corrélation d’images/stéréo-corrélation d’images), et liés à l’image (images synthétiques/images

réelles). L'évaluation des erreurs systématiques et aléatoires a été effectuée à partir de paires d'images stéréoscopiques réelles de déplacements plans et déformations planes d'un objet plan.

En utilisant les informations fournies par ces différentes études, nous avons proposé un outil d'aide à l'utilisation. Cet outil a pour but de faciliter la préparation et la réalisation d'un essai utilisant la corrélation d'images ou la stéréo-corrélation d'images. Bien qu'ayant été conçu à partir d'essais réalisés avec le système Aramis, il est néanmoins adaptable à d'autres logiciels, voire à d'autres techniques de mesures sans contact.

Chapitre 4

Identification à partir des mesures de champs

Sommaire

4.1	Introduction	116
4.2	Le problème d'identification	116
4.3	Revue des méthodes d'identification existantes	117
4.3.1	Méthodes itératives	118
4.3.2	Méthodes non itératives	119
4.3.3	Synthèse	120
4.4	Méthode des champs virtuels	120
4.4.1	Principe	120
4.4.2	Application	122
4.5	Méthode de recalage de modèles éléments finis	126
4.5.1	Principe	126
4.5.2	Définition de la fonction coût	127
4.5.3	Méthodes de résolution	128
4.5.4	Application	134
4.6	Conclusion	142

4.1 Introduction

On assiste actuellement à un essor important des techniques optiques dimensionnelles appliquées à la mécanique expérimentale. L'abondance des informations issues de l'utilisation de techniques de mesures de champs permet des investigations qui auparavant étaient impossibles ou difficiles à mettre en œuvre. Il est ainsi possible de mettre en évidence des phénomènes de localisation de la déformation [Berthaud 97, Latourte 07], de détection de fissures [Lecompte 06], de visualisation d'effets parasites lors d'essais mécaniques et de validation de modèles éléments finis [Périé 02, Padmanabhan 06, Vanclooster 09].

Un centre d'intérêt important concerne l'identification des paramètres de lois de comportement de matériaux. En effet, avec les moyens de mesures classiques (jauge d'extensométrie, capteur de déplacement), l'identification de loi de comportement est généralement conduite, soit à partir d'essais homogènes pour lesquels la relation contrainte déformation est directement liée à la réponse force/déplacement de l'essai, soit à partir de recalage par éléments finis utilisant un nombre très limité de données expérimentales. De plus les paramètres utilisés sont souvent des grandeurs macroscopiques éloignées de l'objet de l'étude. L'utilisation de mesures de champs doit permettre de remédier au manque d'information que l'on peut parfois constater et de plus permettre de se rapprocher des phénomènes physiques que l'on cherche à identifier. Elle permet aussi de tenir compte d'effets non souhaités mais néanmoins bien présents sur les essais (imperfection des conditions aux limites...).

L'étude présentée dans ce chapitre est un premier pas pour nous amener à l'utilisation des mesures de champs dans les problèmes d'identification. Dans ce but, nous présentons une rapide revue bibliographique des méthodes existantes, pour en sélectionner deux particulières, qui serviront à la mise en place de nos exemples d'application.

4.2 Le problème d'identification

On appelle problème direct, le problème classique qui consiste à simuler une expérience ou un process donné pour en déduire par exemple, la géométrie finale de la pièce, les contraintes, déformations, déformations plastiques équivalentes, ..., dans la configuration finale ainsi que leur évolution au cours du processus et/ou du temps (figure 4.1). Un des moyens les plus courants pour la résolution de ces problèmes est l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Le problème direct est généralement simulé par la méthode des éléments finis, et la com-

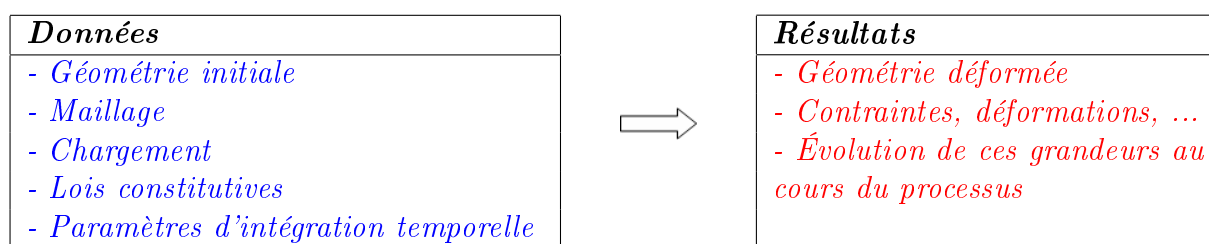


FIG. 4.1 – Formulation générale du problème direct de simulation par éléments finis [Kleiner mann 00]

paraison des résultats obtenus par rapport à l'expérience, permet de juger de la validité du modèle utilisé. Si la concordance n'est pas assez bonne, on tente d'améliorer la modélisation, soit en changeant de modèle, soit en modifiant les paramètres du modèle actuel.

D'une manière générale, on appelle problème inverse tout problème consistant à déduire certaines données du problème de base (problème direct) en se fixant comme donnée supplémentaire un des résultats (expérimental) du problème direct. Un problème inverse est donc obtenu en intervertissant une ou plusieurs données avec un ou plusieurs résultats du problème direct de référence.

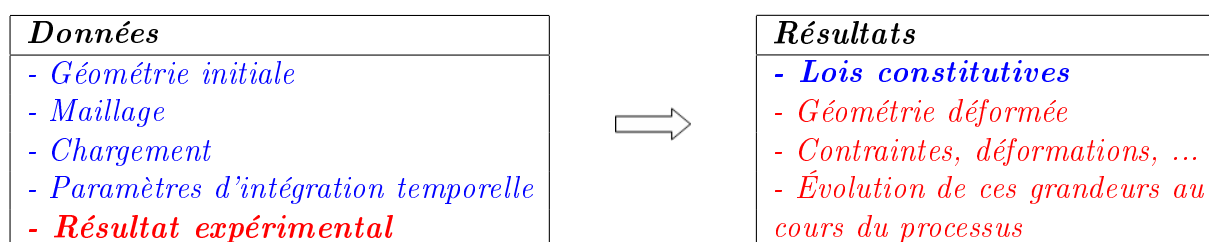


FIG. 4.2 – Formulation générale du problème inverse d'identification paramétrique [Kleiner mann 00]

Dans le second cas (figure 4.2), le problème posé peut se mettre sous la forme d'un problème inverse pour lequel on souhaite obtenir les paramètres matériaux du modèle choisi (donnée du problème direct) permettant d'atteindre le même résultat que celui obtenu expérimentalement (résultat du problème direct) [Bui 93].

4.3 Revue des méthodes d'identification existantes

Les avancées dans le domaine des mesures de champs ont permis le développement des techniques d'identification aptes à utiliser en partie ou en totalité les informations issues de la mesure. Deux familles de méthodes existent : les méthodes itératives et les méthodes non-itératives. Les plus courantes de ces méthodes sont présentées dans les paragraphes suivants [Avril 08].

4.3.1 Méthodes itératives

- Méthode de recalage de modèles éléments finis (FEMU)

La méthode de recalage de modèles éléments finis ou *finite element model updating method* (FEMU) consiste en la détermination du jeu de paramètres \underline{p} réduisant la différence entre les grandeurs calculées par les simulations éléments finis d et les mesures expérimentales d^{exp} en espérant que la réduction de cet écart soit suffisante pour obtenir le jeu de paramètres souhaité. On introduit pour cela une fonctionnelle coût notée J dépendant de \underline{p} et mesurant la distance entre d et d^{exp} , soit :

$$J(\underline{p}) = \|d - d^{exp}\| \quad (4.1)$$

Le problème d'identification s'exprime alors de la manière suivante :

Déterminer $\underline{p}^* \in O$ tel que $J(\underline{p}^*) = \min_{\underline{p} \in O} J(\underline{p})$ et O convexe fermé de \mathbb{R}^n

On constate ainsi que le problème d'identification s'exprime maintenant comme un problème de minimisation, qui peut être résolu à l'aide d'algorithmes itératifs [Kavanagh 71, Lecompte 07].

De nombreux travaux ont été consacrés à l'identification par recalage éléments finis des paramètres élastiques de matériaux isotropes ou orthotropes [Lecompte 07, Molimard 05]. Cette technique a également été utilisée dans des cas de comportements non-linéaires tels que l'endommagement [Geers 96], l'élasto-plasticité [Cooreman 08] ou la viscoplasticité [Le Magorou 02].

- Erreur en relation de comportement (CEGM)

La méthode de l'erreur en relation de comportement ou *constitutive equation gap method* (CEGM) repose sur la minimisation d'une fonctionnelle coût construite à partir des principes variationnels de la théorie de l'élasticité. Le but de la méthode est de construire une erreur qui doit être nulle pour la solution exacte du problème classique de la mécanique des solides et positive pour tous les autres cas. Dans le cadre de la théorie de l'élasticité, le principe de l'erreur en relation de comportement est basé sur l'écriture de la somme des énergies potentielle et complémentaire sous forme d'écart en relation de comportement :

$$E(u, \sigma, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma - C : \varepsilon(u)) : C^{-1} : (\sigma - C : \varepsilon(u)) dv \quad (4.2)$$

avec C le tenseur d'élasticité recherché. Une conséquence bien connue des principes variationnels de l'élasticité est que, pour C donné et des conditions aux limites bien posées :

$$\min_{u \in \zeta, \sigma \in S} E(u, \sigma, C) = 0 \quad (4.3)$$

où ζ et S désignent respectivement les espaces de déplacements cinématiquement admissibles et de contraintes statiquement admissibles avec les données aux limites et des forces volumiques nulles. Les paramètres définissant le tenseur C peuvent alors être identifiés par une minimisation de l'équation [Bonnet 03, Geymonat 02].

– Écart à la réciprocité (RGM)

La méthode de l'écart à la réciprocité ou *reciprocity gap method* (RGM) consiste à minimiser une fonctionnelle coût construite à partir du Principe des Puissances Virtuelles ou à partir de la réciproque du théorème de Maxwell-Betti [Andrieux 97].

4.3.2 Méthodes non itératives

– Méthode des champs virtuels (VFM)

La méthode des champs virtuels ou *virtual fields method* (VFM) consiste à écrire la formulation variationnelle de l'essai utilisé et à lui appliquer différents champs de déplacements virtuels, de manière à obtenir une équation faisant intervenir une ou plusieurs grandeurs à identifier. Dans le cas de l'identification de n paramètres, n champs de déplacements virtuels bien choisis sont nécessaires pour obtenir un système linéaire apportant la solution au problème posé. Cette méthode, introduite par Grédiac [Grédiac 89], a été appliquée à la flexion de plaque en statique [Grédiac 90, Grédiac 96a] et en dynamique [Grédiac 96b, Guo 07]. Elle a également permis l'identification dans le plan de propriétés élastiques de matériaux [Pierron 00]. Elle a été étendue à des cas non-linéaires et à l'endommagement [Chalal 05, Grédiac 06, Kim 07].

– Méthode de l'écart à l'équilibre (EGM)

La méthode de l'écart à l'équilibre ou *equilibrium gap method* (EGM) est basée sur la discrétisation des équations d'équilibre [Amiot 04]. L'idée est de chercher un champ de propriétés mécaniques qui conduit, pour un champ de déplacements donné, à l'équilibre interne ($\text{div}(\sigma) = 0$) de la structure. La traduction de cet équilibre, écrit sous une forme faible (entre des éléments adjacents pour une discrétisation EF), conduit à un système d'équations linéaires. Dans ce système, les inconnues sont les champs de modules élastiques, tandis que les données sont les champs de déplacements mesurés. Cette approche permet de déterminer des champs d'endommagement [Claire 02] ou d'identifier les conductivités thermiques [Claire 03].

4.3.3 Synthèse

Dans le but d'identifier des lois de comportement à partir d'expérimentations instrumentées au moyen de systèmes de mesure de champs, nous avons choisi de mettre en œuvre deux méthodes. La première méthode, méthode des champs virtuels, est une méthode non itérative qui semble bien adaptée à l'identification des propriétés élastiques à partir d'essais de laboratoire. Elle est bien documentée et sa mise en œuvre n'implique pas de développements excessifs. La seconde méthode retenue est la méthode de recalage de modèles éléments finis. C'est une méthode itérative qui peut être difficile à mettre en œuvre mais dont les capacités en terme de modèle d'expérience et de loi de comportement sont nombreuses.

4.4 Méthode des champs virtuels

Dans cette partie nous allons décrire plus en détail la méthode des champs virtuels qui permet d'identifier directement les paramètres matériaux sans calcul itératif. Son principe consiste pour un essai donné, en l'écriture du principe des travaux virtuels avec des champs cinématiques virtuels spéciaux bien choisis. La résolution du système linéaire obtenu permet alors d'accéder aux paramètres recherchés. Enfin, cette méthode sera appliquée au cas d'un essai particulier.

4.4.1 Principe

Considérons un solide de géométrie quelconque de volume V soumis à un chargement modélisé par le vecteur \vec{T} en tout point de la surface sollicitée S_f . Le principe des travaux virtuels qui traduit l'équilibre général du solide s'écrit :

$$\int_V \sigma : \varepsilon^* dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (4.4)$$

où σ est le champ des contraintes et ε^* le champ des déformations virtuelles déduit des déplacements virtuels \vec{u}^* cinématiquement admissibles.

Le principe de la méthode des champs virtuels consiste tout d'abord à ré-écrire l'égalité ci-dessus en introduisant la loi de comportement. Ainsi, en utilisant les règles de la contraction des indices et de sommation des indices répétés (x pour xx, y pour yy, s pour xy), la relation contrainte déformation dans le cas d'une loi plane de type élastique anisotrope peut s'écrire :

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j ; i, j = x, y, s \quad (4.5)$$

En reportant l'expression précédente dans l'équation 4.4, le principe des travaux virtuels s'écrit :

$$\int_V C_{ij}\varepsilon_j\varepsilon_i^*dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^*dS \quad (4.6)$$

Si l'on considère que les C_{ij} sont constants dans tout le volume du solide, on obtient :

$$C_{ij} \int_V \varepsilon_j\varepsilon_i^*dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^*dS \quad (4.7)$$

La méthode des champs virtuels consiste à écrire l'équation 4.7 avec autant de champ virtuel $(\vec{u}^*, \varepsilon_i^*)$ cinématiquement admissible que d'inconnues C_{ij} . En supposant que les déformations ε sont surfaciques et pour des champs virtuels \vec{u}^* bien choisis, le problème revient alors à déterminer les C_{ij} , à partir d'un système d'équations linéaires de la forme suivante :

$$PC = R \quad (4.8)$$

où P est une matrice carrée et C un vecteur dont les composantes sont les C_{ij} .

Un des points clés de cette méthode réside dans la détermination des champs virtuels. En effet ces champs influencent directement le degré d'indépendance des équations du système linéaire (équation 4.8). Dans le but de structurer la méthode, une procédure systématique est proposée pour la création de champs virtuels spéciaux [Grédiac 02].

L'idée première consiste à chercher pour l'équation 4.8 des champs virtuels tels que le système final soit entièrement découplé, autrement dit que la matrice principale du système linéaire soit diagonale, voire égale à l'identité. La recherche d'une matrice principale égale à la matrice identité aboutit à la nécessité d'avoir $N - 1$ coefficients nuls dans l'équation 4.8 et un seul égal à un, N étant le nombre d'inconnues à déterminer. Ce nombre N dépend du type de loi que l'on cherche à identifier : $N = 6$ pour l'élasticité plane anisotrope, $N = 4$ pour l'orthotropie plane. Les champs permettant de vérifier cette propriété sont qualifiés de spéciaux et notés par la suite $(\hat{u}^*, \hat{\varepsilon}_i^*)$. Par exemple, si l'on cherche le terme C_{pq} , on écrit les N égalités suivantes traduisant le fait que seul le coefficient C_{pq} doit apparaître :

$$\int_V \varepsilon_j \varepsilon_i^* dV = \begin{cases} \frac{e}{1+\delta_{ij}} \int_{S_f} (\varepsilon_i \hat{\varepsilon}_j^* + \varepsilon_j \hat{\varepsilon}_i^*) dS = 0 & , \forall (i, j) \neq (p, q) \\ \frac{e}{1+\delta_{ij}} \int_{S_f} (\varepsilon_i \hat{\varepsilon}_j^* + \varepsilon_j \hat{\varepsilon}_i^*) dS = 1 & , i = p, j = q \end{cases} \quad (4.9)$$

où e représente l'épaisseur de l'éprouvette plane, δ_{ij} représente le symbole de Kronecker. La rigidité C_{ij} dont le coefficient est unitaire dans le principe des travaux virtuels est alors directement égale à la partie droite dans l'équation 4.8, soit le travail des efforts appliqués avec ce champ virtuel spécial :

$$C_{pq} = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (4.10)$$

Néanmoins, lorsque nous nous trouvons dans des cas plus complexes tels que l'élasto-plasticité, aucune règle spécifique n'est disponible pour le choix des différents champs virtuels et une infinité de champs est alors disponible [Grédiac 06]. L'idée est donc d'utiliser N expressions très différentes de champs virtuels choisis à priori.

4.4.2 Application

Dans cette partie, la méthode des champs virtuels est appliquée à un essai de traction uniaxiale. L'éprouvette d'épaisseur 3 mm est en aluminium 2024 T4, et sa géométrie est décrite sur la figure 4.3. On supposera pour le modèle, que le talon supérieur est encasté, et que l'on applique sur le talon inférieur une force de 11 000 N dans la direction donnée par l'axe de l'éprouvette (Figure 4.3(b)).

Comme expliqué précédemment, écrivons le principe des travaux virtuels avec des champs virtuels particuliers pour un solide de géométrie quelconque de volume V soumis à une densité surfacique d'effort T sur sa frontière S_f :

$$\int_V \sigma : \varepsilon^* dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (4.11)$$

où σ est le champ des contraintes et ε^* le champ des déformations virtuelles déduit des déplacements virtuels u^* . Le choix des champs virtuels est une étape essentielle. Il convient donc de sélectionner des champs cinématiquement admissibles qui permettent de simplifier les calculs. Ainsi, dans notre cas, nous pouvons considérer un premier champ de contraction défini par les équations 4.12.

$$\begin{cases} u_x^{1*} = 0 \\ u_y^{1*} = -y \end{cases} \implies \begin{cases} \varepsilon_x^{1*} = 0 \\ \varepsilon_y^{1*} = -1 \\ \varepsilon_s^{1*} = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

où x, y et s sont les indices contractés conventionnels.

En utilisant ces champs virtuels, le premier membre de l'équation 4.11 devient :

$$\int_V \sigma_i \varepsilon_j^* dV = \int_V \sigma_y \varepsilon_y^* dV = - \int_V \sigma_y dV \quad (4.13)$$

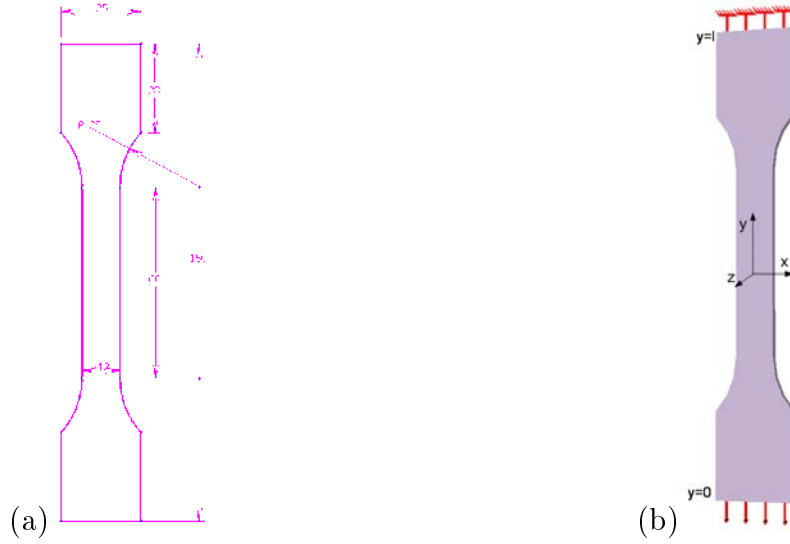


FIG. 4.3 – Schéma de l'éprouvette, (a) dimensions en mm, (b) conditions aux limites adoptées pour le problème

Compte tenu du caractère plan du système étudié, la loi de comportement élastique isotrope s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & C_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & (C_{xx} - C_{xy})/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

En introduisant dans l'équation 4.13 la loi de comportement décrite par l'équation 4.14, on obtient :

$$- \int_V \sigma_y dV = - \int_V (C_{xx} \varepsilon_y + C_{xy} \varepsilon_x) dV \quad (4.15)$$

Dans le cas d'un matériau homogène, en considérant que les C_{ij} sont constants dans tout le volume du solide, on obtient :

$$-\int_V (C_{xx}\varepsilon_y + C_{xy}\varepsilon_x)dV = -eC_{xx} \int_S \varepsilon_y dxdy - eC_{xy} \int_S \varepsilon_x dxdy \quad (4.16)$$

où e est l'épaisseur de l'éprouvette plane.

Supposons que la déformation mesurée est uniforme sur une zone matérielle i de surface s^i , on peut ainsi écrire :

$$\begin{cases} \int_S \varepsilon_y dxdy = \sum_{i=1}^N \varepsilon_y^i s^i \\ \int_S \varepsilon_x dxdy = \sum_{i=1}^N \varepsilon_x^i s^i \end{cases} \quad (4.17)$$

où N représente le nombre de pixels.

Chaque pixel couvrant la même surface $s^i = s = \frac{S_T}{N}$, avec S_T la surface totale de mesure, on obtient :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \varepsilon_y^i s^i = \frac{S_T}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_y^i = S_T \bar{\varepsilon}_y \\ \sum_{i=1}^N \varepsilon_x^i s^i = \frac{S_T}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_x^i = S_T \bar{\varepsilon}_x \end{cases} \quad (4.18)$$

avec $\bar{\varepsilon}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_y^i$ la moyenne des déformations suivant y .

Finalement, le premier membre de l'équation 4.11 s'écrit :

$$\int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* dV = -eS_T [C_{xx}\bar{\varepsilon}_y + C_{xy}\bar{\varepsilon}_x] \quad (4.19)$$

Pour l'essai de traction simple décrit sur la figure 4.3, le travail virtuel des forces extérieures s'écrit :

$$\int_{S_f} T_i u_i^* dS = FL \quad (4.20)$$

où F représente l'effort appliqué et L représente la longueur de l'éprouvette.

L'équation 4.11 s'écrit avec le premier champ virtuel (équation 4.12) :

$$C_{xx}\bar{\varepsilon}_y + C_{xy}\bar{\varepsilon}_x = \frac{-FL}{eS_T} \quad (4.21)$$

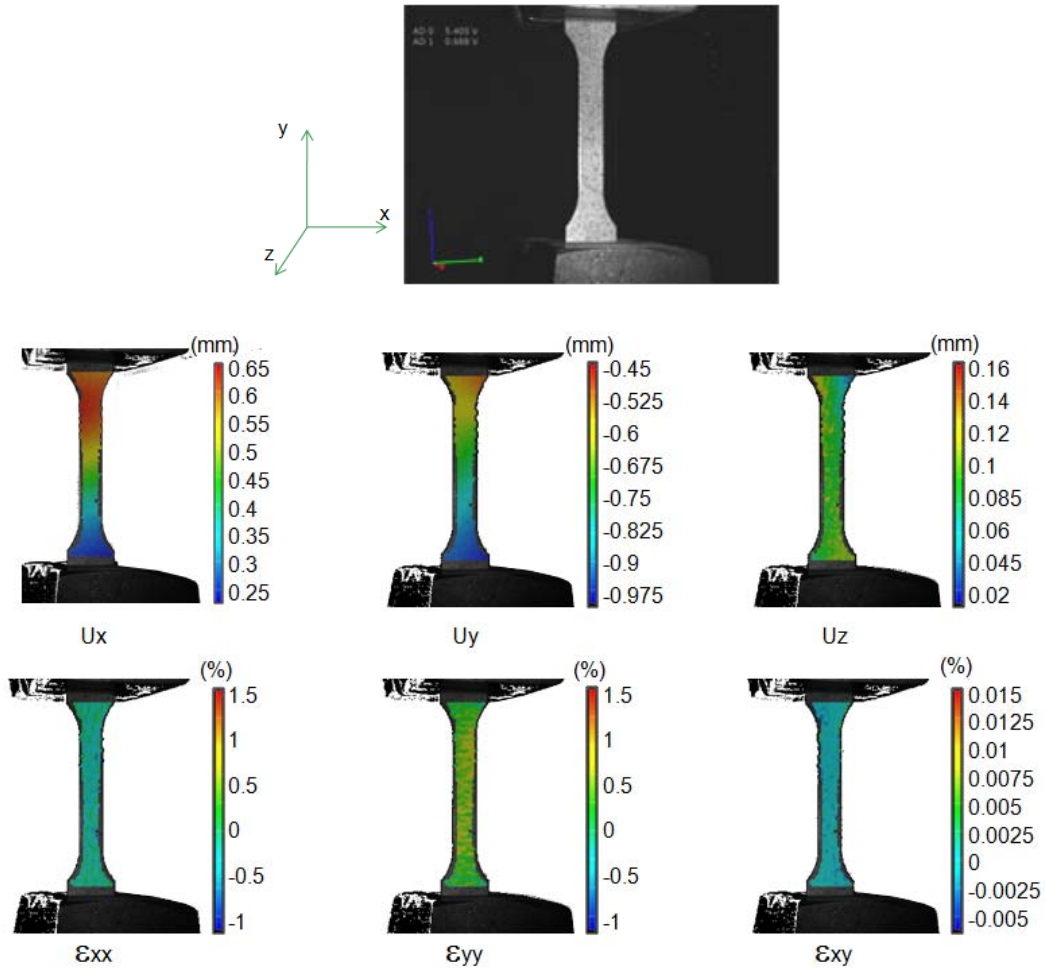


FIG. 4.4 – Essai de traction simple dans la direction y sur une éprouvette en aluminium 2024 T4

En suivant la même démarche, l'utilisation d'un second champ virtuel 4.22 permet d'aboutir à une seconde équation 4.23, formant ainsi avec l'équation 4.21, un système de deux équations à deux inconnues, C_{xx} et C_{xy} (équation 4.24). Ce second champ virtuel n'est pas rigoureusement cinématiquement admissible mais la contribution des efforts d'encastrement au travail virtuel extérieur est considérée comme nulle ou négligeable de par la symétrie de ces efforts par rapport à l'axe vertical.

$$\begin{cases} u_x^{2*} = x \\ u_y^{2*} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \varepsilon_x^{2*} = 1 \\ \varepsilon_y^{2*} = 0 \\ \varepsilon_s^{2*} = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

$$C_{xx}\bar{\varepsilon}_x + C_{xy}\bar{\varepsilon}_y = 0 \quad (4.23)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_x & \bar{\varepsilon}_y \\ \bar{\varepsilon}_y & \bar{\varepsilon}_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{xx} \\ C_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-FL}{eS_T} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Les paramètres alors calculés permettent de déterminer le module de Young E et le coefficient de Poisson ν de notre matériau par les relations.

$$\begin{cases} E = C_{xx}(1 - \nu^2) = \frac{FL}{eS_T\bar{\varepsilon}_y} \\ \nu = \frac{C_{xy}}{C_{xx}} = \frac{-\bar{\varepsilon}_x}{\bar{\varepsilon}_y} \end{cases} \quad (4.25)$$

En utilisant les paramètres de l'éprouvette présentée sur la figure 4.4, nous obtenons un module d'élasticité de 76447 MPa et un coefficient de Poisson de 0,35. Il est possible de comparer les résultats obtenus par la méthode des champs virtuels avec ceux issus de la caractérisation expérimentale standard mise en œuvre sur ce type d'essai. Le module d'Young ainsi mesuré a pour valeur 77232 MPa, le coefficient de Poisson est issu de la bibliographie (tableau 4.1). Nous constatons que les deux méthodes donnent des valeurs proches. Par manque de résultats expérimentaux et de cas traités, nous ne pouvons pas dresser de comparatif complet sur cette méthode. Nous pouvons néanmoins penser que son utilisation sur d'autres types d'essais est envisageable.

	Caractérisation standard	Méthode des champs virtuels
Module d'Young (MPa)	77 232	76 447
Coefficient de Poisson	0,33	0,35

TAB. 4.1 – Résultats d'identification des paramètres élastiques de l'aluminium 2024 T4 avec la méthode des champs virtuels

4.5 Méthode de recalage de modèles éléments finis

4.5.1 Principe

La méthode de recalage par éléments finis correspond à un problème inverse pour lequel certaines données d'entrée du problème direct sont déduites de la comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques par éléments finis de ce même problème. Le problème d'identification est formulé comme un problème d'optimisation, où la fonction à minimiser est une fonction coût qui correspond à la différence entre les résultats de simulations numériques et données expérimentales [Kavanagh 71, Lecompte 07].

Au-delà de la stratégie d'identification à mettre en place, la mise en œuvre d'une méthode de recalage de modèles éléments finis passe par deux points importants et liés : la définition de la fonction coût et le choix de la méthode de résolution du problème d'optimisation. Voici quelques choix possibles et les solutions retenues pour notre application.

4.5.2 Définition de la fonction coût

Plusieurs modèles de la mesure de l'écart simulation/expérience peuvent servir à former la fonction coût. Une forme générale de la fonction objectif ou fonction coût peut être définie en se basant sur une méthode de calcul de l'écart entre l'expérience et la simulation par une norme d'ordre « q ». Si on ne dispose pas d'information sur les erreurs expérimentales associées aux différents points de mesure, on suppose souvent, que celles-ci sont proportionnelles à la valeur de la grandeur mesurée. La forme de la fonction objectif est alors la suivante :

$$J(\underline{p}) = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{\Omega} \left\langle \frac{u_i^{EF}(\underline{p}) - u_i^{exp}}{u_i^{exp}} \right\rangle^q} \quad (4.26)$$

avec $\left\langle \frac{a}{b} \right\rangle = \begin{cases} \frac{a}{b} & \text{si } b > \text{tolérance} \\ a & \text{si } b \leq \text{tolérance} \end{cases}$

où \underline{p} est le vecteur des valeurs des paramètres,
 n le nombre de points expérimentaux,
 u^{exp} le vecteur des résultats expérimentaux,
 u^{EF} le vecteur des valeurs correspondantes obtenues par simulation,
 ω_i est le poids attribué au $i^{\text{ième}}$ point expérimental et $\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i$ la somme des termes de ce vecteur poids.

Dans ce cas, le vecteur des erreurs expérimentales est égal, à une constante près, au vecteur des mesures expérimentales. Ce choix conduit à une fonction objectif adimensionnelle basée sur la somme des écarts relatifs entre les composantes des vecteurs u^{exp} et u^{EF} . Il est possible de modifier le poids ω_i attribué à chaque point.

Cette formulation permet de considérer la mesure expérimentale de plusieurs grandeurs différentes dans une même somme sans aucune modification. De plus, la valeur adimensionnelle de $J(\underline{p})$ représente l'écart relatif moyen existant entre l'ordonnée d'un point de la courbe expérimentale et celle du point de même abscisse sur la courbe de simulation.

Cette valeur caractérise donc clairement la qualité du jeu de paramètres considéré, et permet une comparaison directe des résultats obtenus avec un nombre de points de mesure différent ou de problèmes différents.

On s'aperçoit que lorsque l'erreur est proportionnelle à la grandeur mesurée, la fonction objectif représente la somme des écarts relatifs entre mesures expérimentales et simulations. En revanche, si l'erreur expérimentale est supposée constante, la fonction objectif devient une somme des écarts absolus entre les grandeurs u^{exp} et u^{EF} .

Dans la pratique, l'écart est le plus souvent formé à l'aide d'une norme Euclidienne où chaque point est pondéré par un coefficient égal à l'inverse du carré de l'erreur expérimentale correspondante. Ainsi, si E est le vecteur des erreurs expérimentales associées à ces mesures, la fonction objectif s'exprime par :

$$J^2(\underline{p}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i^{EF}(\underline{p}) - u_i^{exp}}{E_i} \right)^2 \quad (4.27)$$

Une autre façon de former la fonction objectif à partir de l'équation 4.27 consiste à prendre une écriture directe du vecteur des erreurs expérimentales « E », suivant si celles-ci sont supposées constantes ou proportionnelles à la valeur absolue de la grandeur observée. On obtient ainsi la fonction objectif suivante :

$$J^2(\underline{p}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i^{EF}(\underline{p}) - u_i^{exp}}{E_i} \right)^2 \quad (4.28)$$

où
$$E_i = \begin{cases} \sqrt{\sum_{j=1}^n (u_j^{exp})^2} & \text{si les erreurs expérimentales sont constantes} \\ u_i^{exp} & \text{si les erreurs expérimentales sont proportionnelles à } u_i^{exp} \end{cases}$$

Le choix d'une norme Euclidienne ($q = 2$) permet aux données statistiques de dispersion des résultats expérimentaux d'être nettement plus facilement exploitables. De plus, cette norme conduit à la convergence la plus rapide des différentes méthodes d'optimisation envisageables.

4.5.3 Méthodes de résolution

Une fois le problème d'identification exprimé comme un problème de minimisation, deux familles d'algorithmes peuvent être utilisées : les algorithmes exploratoires, qui n'utilisent que la valeur de la fonctionnelle coût et les algorithmes de descente qui utilisent en plus le gradient de la fonctionnelle coût par rapport aux paramètres à identifier.

Si le problème direct n'est pas excessivement non-linéaire, $J(\underline{p})$ se comporte bien et possède un seul extremum. Dans ce cas les méthodes de gradient conduisent à la solution. Pour les problèmes fortement non-linéaires, il y a un risque considérable que les méthodes de gradient convergent vers un minimum local.

N'ayant pas pour l'instant inclus de méthode exploratoire à notre application, nous nous contenterons ici de décrire les principales méthodes de descente existantes.

4.5.3.1 Méthodes de descente

Le principe des méthodes de descente est de générer de manière itérative une suite $(p^k)_{k \in N}$ définie par : $p^{k+1} = p^k + \alpha^k g^k$, telle que, pour $f(\alpha) = J(p^k + \alpha g^k)$, $p \in \mathbb{R}^{+*}$.

- $f(\alpha)$ est décroissante au voisinage de 0^+

- $f(\alpha^k) = \min_{x>0} f(\alpha)$

g^k est la direction de descente au pas k . C'est la méthode de détermination de g^k qui conditionne la nature et l'efficacité de l'algorithme utilisé. Nous présentons ci-après quelques unes de ces méthodes.

- Algorithme de pente maximale

C'est le plus simple algorithme de descente, la direction de descente est l'opposée de celle du gradient.

$$g^k = -\nabla_p J^k = -\frac{\partial J(\underline{p}^k)}{\partial \underline{p}} \quad (4.29)$$

Sa convergence est généralement très lente dans la mesure où l'information donnée par le gradient est très locale et ne permet donc qu'une petite variation des paramètres à optimiser à chaque itération. De plus, si la surface associée à la fonctionnelle coût présente une vallée très plate et très allongée, cet algorithme peut devenir inefficace et ne pas atteindre le minimum de J .

- Algorithme de relaxation

Il s'agit d'une variante de l'algorithme de pente maximale. La direction de descente est donnée par l'opposée du gradient mais, cette fois, on minimise J alternativement par rapport à chacune des n variables, en fixant les autres. Théoriquement, cet algorithme est n fois plus lent que l'algorithme de pente maximale, qui n'est déjà pas très rapide, mais s'il est utilisé d'une manière adaptée au problème considéré, il peut se montrer très efficace.

– Algorithme à métrique variable (Newton, BFGS)

Dans un algorithme à métrique variable, on approche la fonctionnelle coût J par son développement limité à l'ordre deux :

$$J(\underline{p}) = J(\underline{p}^k) + \nabla_p J^k \cdot (\underline{p} - \underline{p}^k) + \frac{1}{2}(\underline{p} - \underline{p}^k) \cdot H^{(k)} \cdot (\underline{p} - \underline{p}^k) \quad (4.30)$$

où H est le hessien de J au point \underline{p}^k . La matrice hessienne $H^{(k)}$ est donnée par $H_{ij}^{(k)} = \frac{\partial^2 J(\underline{p}^k)}{\partial p_i \partial p_j}$. Si l'on suppose le hessien défini positif, la direction de descente de cette approximation quadratique doit vérifier :

$$\nabla_p J^k + H g^k = 0 \quad (4.31)$$

et donc, comme H est supposé inversible :

$$g^k = -H^{-1} \nabla_p J^k \quad \text{ou} \quad \underline{p}^{k+1} = \underline{p}^k - H^{-1} \frac{\partial J(\underline{p}^k)}{\partial \underline{p}} \quad (4.32)$$

Si, dans la formule précédente, on utilise exactement le hessien, on obtient la méthode de Newton. Cependant, la détermination de H est souvent très coûteuse en temps CPU. Certaines méthodes ont donc été développées de manière à fournir une approximation du hessien ; on parle alors de méthode de quasi-Newton. Il existe plusieurs types d'algorithmes de quasi-Newton mais il est généralement admis que le plus efficace est le BFGS.

Plaçons nous à l'itération $k+1$ du calcul et notons $u^k = \underline{p}^{k+1} - \underline{p}^k$, $w^k = \nabla_p J^{k+1} - \nabla_p J^k$ et I , la matrice identité de dimension $n \times n$. Alors l'approximation de (H^{-1}) est donnée par :

$$S^{k+1} = \left(I - \frac{u^k \cdot (w^k)^T}{(u^k)^T \cdot w^k} \right) \cdot S^k \cdot \left(I - \frac{w^k \cdot (u^k)^T}{(u^k)^T \cdot w^k} \right) + \frac{u^k \cdot (u^k)^T}{(u^k)^T \cdot w^k} \quad (4.33)$$

Ainsi, au pas $k + 1$, la direction de descente est directement donnée par :

$$g^{k+1} = -S^{k+1} \cdot \nabla_p J^{k+1} \quad (4.34)$$

Les propriétés de cet algorithme, démontrées sur le cas quadratique, sont très puissantes : il fournit directement une approximation de l'inverse du hessien, évitant ainsi un calcul pouvant être lourd ; si $u^k \cdot w^k > 0$, alors S^{k+1} est définie positive ; pour un problème quadratique à n paramètres, on obtient l'inverse du hessien en exactement n itérations. En outre, le BFGS conserve une grande efficacité dans les cas non quadratiques, ce qui en fait un algorithme particulièrement intéressant.

– Algorithmes de Gauss-Newton et de Levenberg-Marquardt

Ces algorithmes sont particulièrement adaptés aux fonctionnelles coûts moindres carrés du type :

$$J(\underline{p}) = \sum_{k=1}^N j_k^2(\underline{p}) \quad (4.35)$$

où par exemple $j_k(\underline{p}) = (u_k^{EF}(\underline{p}) - u_k^{exp})$.

La particularité de ces fonctionnelles coûts réside dans le fait que l'on connaît la forme de leurs dérivées premières et secondes :

$$(\nabla_p J)_i = \frac{\partial J}{\partial p_i} = 2 \sum_{k=1}^N j_k \frac{\partial j_k}{\partial x_i} \quad (4.36)$$

$$(H)_{ij} = \frac{\partial^2 J}{\partial x_i \partial x_j} = 2 \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial j_k}{\partial p_i} \frac{\partial j_k}{\partial p_j} + j_k \frac{\partial^2 j_k}{\partial p_i \partial p_j} \right) \approx 2 \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial j_k}{\partial p_i} \frac{\partial j_k}{\partial p_j} \right) \quad (4.37)$$

En supposant que le deuxième terme de l'équation 4.9 est négligeable devant le premier (ce qui est le cas quand on s'approche de l'optimum).

La matrice de sensibilité ou matrice jacobienne est définie par :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial j_1}{\partial p_1} & \frac{\partial j_1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial j_1}{\partial p_n} \\ \frac{\partial j_2}{\partial p_1} & \frac{\partial j_2}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial j_2}{\partial p_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial j_n}{\partial p_1} & \frac{\partial j_n}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial j_n}{\partial p_n} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

On peut ainsi exprimer le gradient et le hessien par :

$$\nabla_c J = 2A j \quad (4.39)$$

$$H = 2A^T A \quad (4.40)$$

avec $j = [j_1, \dots, j_N]^T$

Si, au pas k de l'identification, $\Delta p = p_{k+1} - p_k$, alors on peut réécrire la formule de Newton :

$$(A^T A) \Delta p = -A^T j \quad (4.41)$$

Cet algorithme, connu sous le nom de Gauss-Newton, est très efficace mais il présente néanmoins quelques inconvénients :

- il n'est pas assuré que $A^T A$ soit toujours défini positif, et donc que la suite de paramètres obtenue soit maximisante au lieu de minimisante,
- $A^T A$ peut être quasiment singulière et causer la non-existence de solution de l'équation 4.14,
- il n'y a aucun contrôle sur Δp , qui peut être trop grand et donc sortir des paramètres de l'espace admissible.

Pour pallier ces inconvénients, on peut utiliser l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Levenberg 44] qui propose une régularisation de l'équation 4.14 :

$$(A^T A + \lambda I) \Delta p = -A^T j \quad (4.42)$$

où λ est un scalaire et I la matrice identité.

On remarque que l'on retrouve la direction donnée par Gauss-Newton si $\lambda = 0$, et la plus grande pente si $\lambda \rightarrow \infty$.

L'algorithme de Levenberg-Marquardt consiste donc en partant d'une valeur de λ assez élevée, à la diminuer d'un facteur 10 par exemple, à chaque décroissance de J . On passe ainsi graduellement d'un algorithme de plus grande pente à l'algorithme de Gauss-Newton [Kleinermann 00].

4.5.3.2 Calcul de sensibilité ou du gradient de la fonctionnelle coût

Le calcul de sensibilité correspond au calcul des dérivées d'une ou plusieurs grandeurs macroscopiques (force extérieure, déplacement, position, distance entre 2 points,...) fournies par un code de simulation par éléments finis, par rapport aux variables d'optimisation.

La qualité de la convergence des méthodes d'optimisation dépend de la précision du calcul des dérivées, ce calcul prenant une part très importante dans le temps de calcul requis pour la résolution du problème inverse envisagé. Le choix d'une méthode précise et efficace du calcul de sensibilité est un point crucial.

Le calcul de sensibilité revient à calculer la matrice Jacobienne soit : $A = \frac{\partial u^{EF}}{\partial p}$

En effet, si l'on a défini pour le problème d'identification paramétrique la fonction objectif

$$J(\underline{p}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{\Omega} \left\langle \frac{u_i^{EF}(\underline{p}) - u_i^{exp}}{u_i^{exp}} \right\rangle^2}$$

Alors les dérivées de la fonction objectif par rapport aux paramètres d'optimisation s'écrivent :

$$\frac{\partial J(\underline{p})}{\partial p_i} = \frac{1}{\Omega J(\underline{p})} \sum_{j=1}^n \omega_j \left\langle \frac{u_j^{EF}(\underline{p}) - u_j^{exp}}{u_j^{exp}} \right\rangle \frac{\partial u_j^{EF}}{\partial p_i} \quad \text{si } |u_j^{exp}| \geq \text{tolérance} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial J(\underline{p})}{\partial p_i} = \frac{1}{\Omega J(\underline{p})} \sum_{j=1}^n \omega_j \langle u_j^{EF}(\underline{p}) - u_j^{exp} \rangle \frac{\partial u_j^{EF}}{\partial p_i} \quad \text{si } |u_j^{exp}| < \text{tolérance} \quad (4.44)$$

Ainsi le gradient de la fonction objectif au point considéré est entièrement défini par le calcul de la matrice jacobienne A . Chaque colonne de cette matrice représente l'influence du paramètre matériel correspondant sur la position des différents points de la courbe de simulation par éléments finis.

Fondamentalement, il existe trois méthodes de détermination du gradient d'une fonction coût : les différences finies, la différentiation directe et l'état adjoint. Nous ne présenterons ici que la méthode de calcul de la sensibilité par différences finies en raison de sa simplicité de mise en œuvre et de l'abondance de son emploi.

La méthode de calcul de la sensibilité par différences finies est purement numérique. Le principe consiste à perturber successivement chaque paramètre, positivement puis négativement d'une valeur à définir. On calcule ensuite dans chaque cas le vecteur des réponses, $\underline{u}^{EF}(\underline{p})$, de la simulation correspondante. Pour rendre le choix de la valeur des perturbations appliquées indépendant du système d'unité du problème simulé, on utilise une perturbation relative de type $\delta_j p_j$. Pour le cas des différences finies centrées, la dérivée recherchée est de la forme :

$$\frac{d\underline{u}^{EF}}{dp_j} = \frac{\underline{u}^{EF}(\underline{p} + \delta_j p_j \underline{e}_j) - \underline{u}^{EF}(\underline{p} - \delta_j p_j \underline{e}_j)}{2\delta_j p_j} + o(\delta_j^2) \quad (4.45)$$

où \underline{e}_j est le vecteur unitaire le long de la direction j .

La difficulté réside dans le choix de la valeur des perturbations relatives. En effet, la formule 4.45 présente une erreur de troncature de l'ordre de δ_j^2 , diminuant lorsque la perturbation tend vers zéro. Cependant, lorsque la perturbation appliquée devient très petite, l'importance relative des erreurs numériques et erreurs d'arrondis augmente. Une solution optimale est de considérer une perturbation relative de chacun des paramètres, égale à $\sqrt[3]{\eta}$, où η est la précision d'évaluation des réponses.

L'avantage de cette méthode est qu'elle n'appelle aucun développement, et est implantable très simplement dans n'importe quel code de calcul. En revanche, cette méthode dite des différences finies centrées, nécessite pour un problème à n paramètres, $2n + 1$ résolutions du problème direct, ce qui amène un temps de calcul élevé. Pour le réduire, on utilise les différences finies avant ou arrière, pour lesquelles on a seulement $n + 1$ résolutions du problème direct. Néanmoins ces deux formulations sont moins précises que les différences finies centrées.

4.5.4 Application

Pour mettre en œuvre la méthode de recalage de modèle par éléments finis, nous avons développé une application spécifique en langage Python. L'algorithme implémenté suit l'organigramme présenté sur la figure 4.5. Son fonctionnement est décrit dans les paragraphes suivants et est appliqué à l'essai de traction uniaxiale, déjà décrit précédemment et présenté sur la figure 4.3.

4.5.4.1 Description du fonctionnement de l'application

Le point de départ de la procédure consiste en un essai mécanique accompagné de la mise en œuvre d'un système de mesure de champs par stéréo-corrélation d'images. Les données expérimentales issues de ces mesures, u_{exp} , sont les déplacements dans les directions x , y et z , mesurés pour différents pas de chargement.

Ayant au préalable choisi le modèle de loi de comportement que l'on souhaite identifier, le modèle éléments finis de l'essai est construit à l'aide du code de calcul éléments finis Abaqus¹. Les conditions aux limites utilisées sont directement issues de l'essai.

¹<http://www.simulia.com>

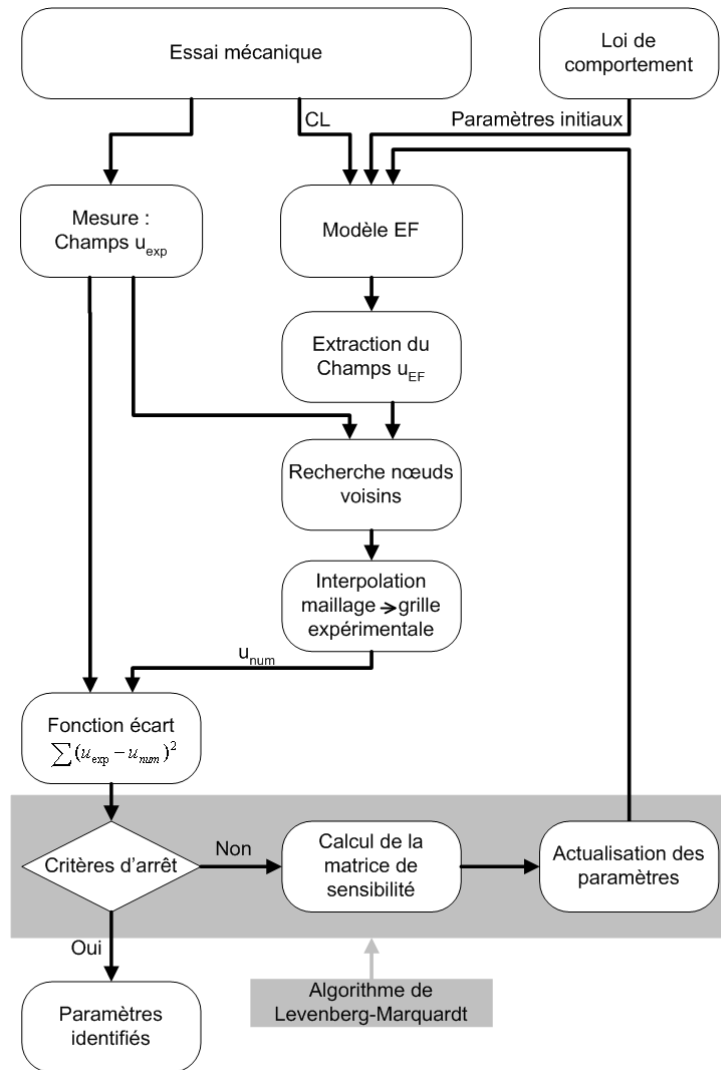


FIG. 4.5 – Organigramme du problème d'identification des paramètres constitutifs, basé sur un algorithme de Levenberg-Marquardt

A partir d'un jeu de paramètres initiaux (paramètres matériaux issus de la bibliographie), un premier calcul est effectué, il permet d'obtenir les champs de déplacements u_{EF} de la pièce. Les déplacements sont calculés à chaque nœud du maillage du modèle élément fini. Le maillage ne coïncide pas forcément avec la grille de mesure expérimentale utilisée pour la stéréo-corrélation d'images, et donc, afin de comparer les deux champs (expérimental et numérique), il est nécessaire de connaître les valeurs des déplacements aux mêmes points. Ainsi, il est nécessaire d'interpoler les résultats du maillage éléments finis vers les points de la grille expérimentale. Pour cela, l'algorithme développé, effectue pour chaque point de la grille expérimentale, une recherche sur le maillage (EF) des trois points voisins les plus proches. Cette recherche est réalisée à partir des grilles non déformées. A partir des

données recueillies, on calcule par interpolation linéaire la valeur des déplacements (u_{num}), correspondant au modèle élément fini mais pour les points de la grille expérimentale.

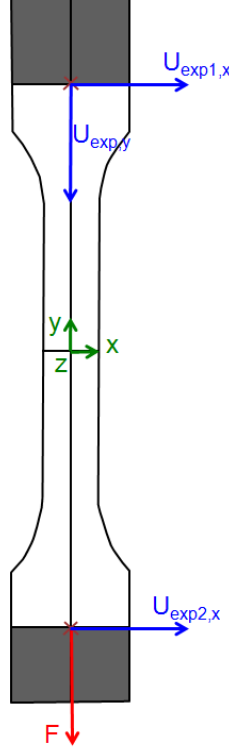


FIG. 4.6 – Géométrie et conditions aux limites du modèle de l'essai

A partir des deux champs de déplacements u_{exp} et u_{num} , un vecteur écart V est construit, il correspond au carré des écarts entre les déplacements expérimentaux et numériques (équation 4.46).

$$V_i = (u_i^{num} - u_i^{exp})^2 \quad (4.46)$$

Le vecteur écart V sert à construire la fonctionnelle coût J , basée sur la norme Euclidienne décrite dans l'équation 4.27. En revanche, les erreurs expérimentales ne sont pas prises en compte. Le minimum de la fonctionnelle coût est évalué en résolvant un schéma itératif de type Levenberg-Marquardt disponible dans la librairie Python *scipy.optimize*. La fonctionnelle coût a la forme suivante :

$$J^2(\underline{p}) = \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left((u_{ij}^{num}(\underline{x}) - u_{ij}^{exp})^2 \right) \quad (4.47)$$

Le couple (i, j) correspond aux coordonnées suivant x et y et le paramètre k indique le step.

Les critères d'arrêt de la boucle d'optimisation sont de différents types. On trouve tout d'abord un test sur les erreurs relatives de la fonctionnelle coût et du jeu de paramètres, ainsi que sur l'orthogonalité entre le vecteur V et les colonnes de la matrice jacobienne. Un nombre d'itération maximum est également défini. Si l'un de ces critères est validé, le dernier jeu de paramètres traité en entrée de la boucle correspond au jeu de paramètres identifiés. Dans le cas contraire, la matrice de sensibilité est calculée pour actualiser le jeu de paramètres, qui doit être transmis en données d'entrée de l'algorithme. Le calcul de la matrice de sensibilité est effectué à l'aide de différences finis avant (section 4.5.3.2).

L'ensemble de la procédure a été validé à partir de cas tests, notamment pour ce qui concerne les manipulations de données et les interpolations. Des jeux de données « expérimentales » numériques ont servi à la mise au point.

4.5.4.2 Exemple d'application à l'identification des paramètres élastiques d'un alliage d'aluminium

Pour cette identification, l'essai mis en œuvre est le même que celui qui a servi à illustrer la méthode des champs virtuels. Il s'agit d'un essai de traction uniaxiale réalisé sur l'éprouvette en aluminium 2024 T4 dont la géométrie est décrite sur la figure 4.3. A partir de cet essai et de la méthode de recalage de modèle par éléments finis implémentée, nous avons déterminé les paramètres élastiques du matériau.

Les conditions aux limites utilisées pour le modèle éléments finis sont directement issues de l'essai, et permettent de prendre en compte les erreurs de mise en position de l'éprouvette dans les mors et le non alignement éventuel de ces derniers. Le mors supérieur (coté fixe de la machine d'essai) est piloté en déplacement à l'aide de données issues de la stéréocorrélation. Le mors inférieur (coté traverse mobile de la machine d'essai) est piloté en déplacement sur les directions perpendiculaires à l'axe de traction, tandis qu'une force, correspondant à celle relevée par le capteur de la machine de traction, est appliquée dans la direction de traction (Figure 4.6). Afin de simplifier l'exemple traité, et après s'être assuré qu'ils étaient négligeables, les déplacements hors plan de l'éprouvette n'ont pas été pris en compte.

L'application a été évaluée sur un champ expérimental avec comme paramètres à identifier : le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν . Les graphes de la figure 4.7 présentent pour différents jeux de paramètres initiaux, les évolutions de E , ν , et de la fonction coût au cours du processus d'optimisation. Nous constatons que l'algorithme converge vers les mêmes solutions pour l'ensemble des points testés.

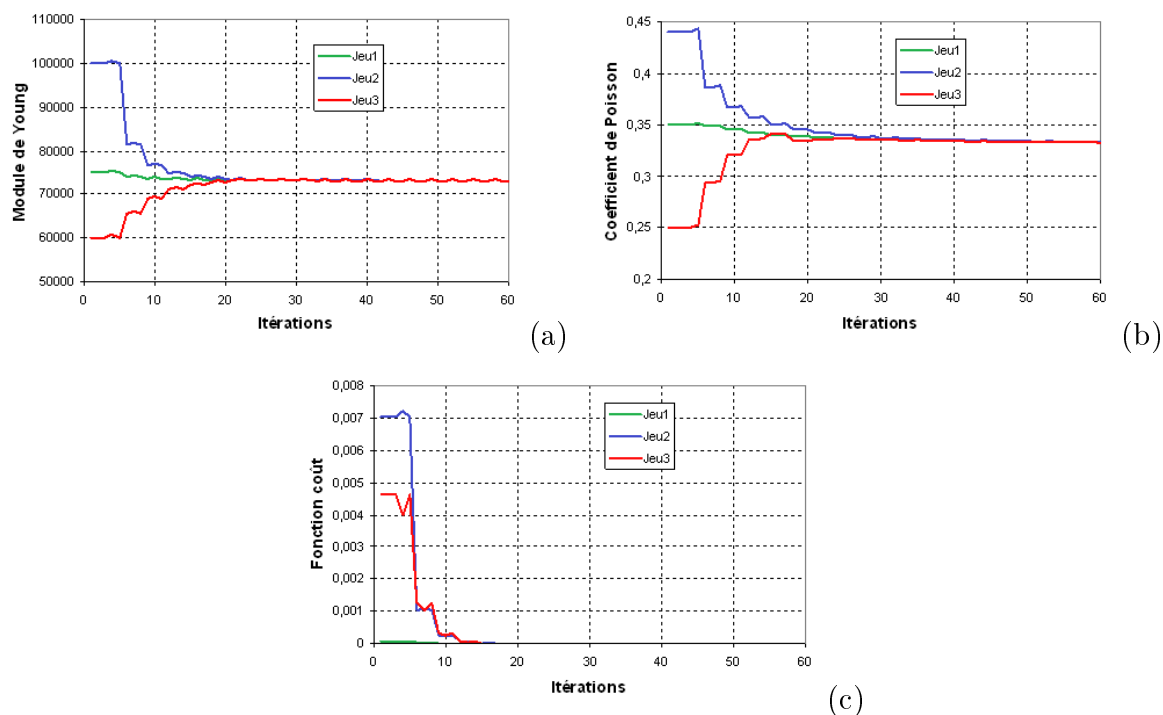


FIG. 4.7 – Exemple d'évolutions des paramètres E (a) et ν (b) et du résidu (c) au cours du processus d'identification pour trois jeux de paramètres initiaux différents

La figure 4.8 montre pour un même cas de chargement, les champs de déplacements dans les direction x et y obtenus expérimentalement et par calcul éléments finis.

	Caractérisation standard	Méthode de recalage EF
Module d'Young (MPa)	77 232	73 089
Coefficient de Poisson	0,33	0,332

TAB. 4.2 – Résultats de l'identification des paramètres élastiques de l'aluminium 2024 T4 avec la méthode de recalage éléments finis

Les résultats de l'identification sont données dans le tableau 4.2. Nous observons que la valeur du module obtenue est inférieure à celle mesurée avec les moyens de caractérisation standard.

4.5.4.3 Exemple d'application à l'identification des paramètres élasto-plastiques d'un alliage d'aluminium

Pour le comportement non-linéaire de la courbe contrainte/déformation nous avons choisi d'utiliser le modèle de Ramberg-Osgood. Ce modèle a été à l'origine développé pour des alliages d'aluminium dont il permet de prendre en compte correctement les différentes

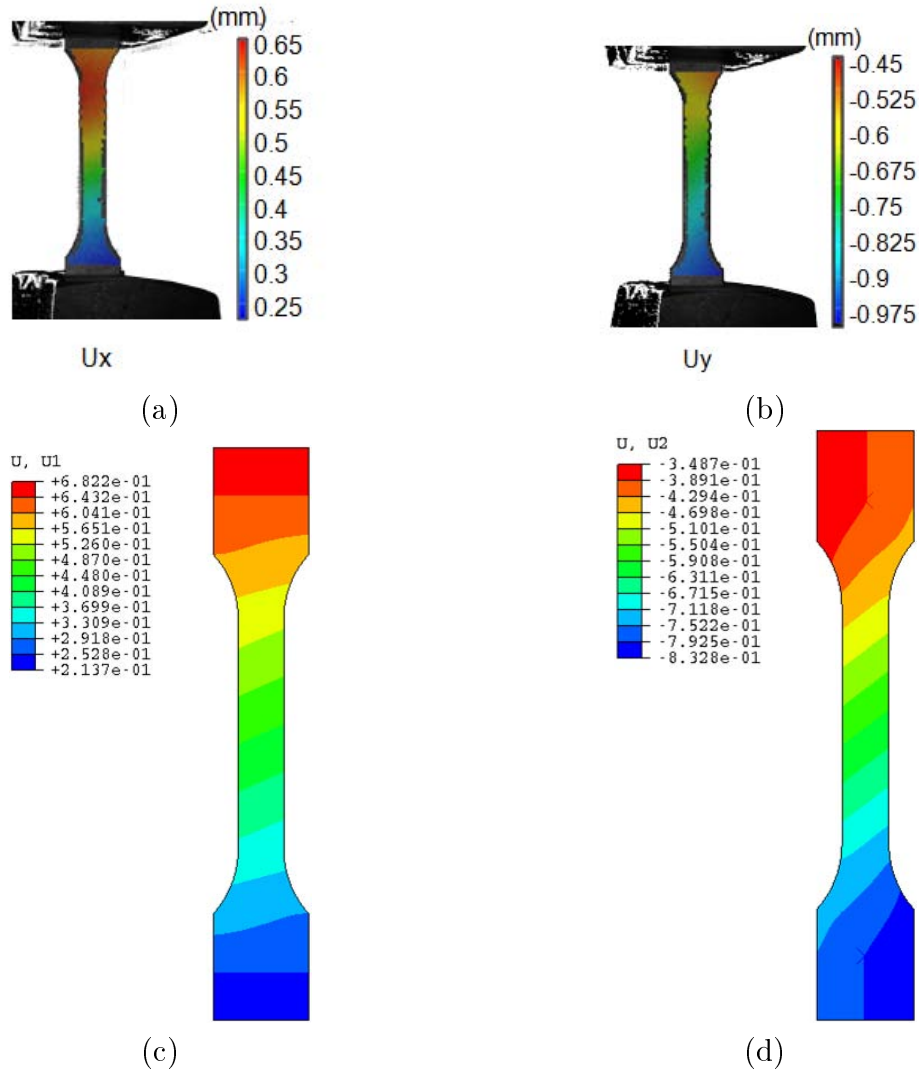


FIG. 4.8 – Champs de déplacements dans les direction x et y obtenus expérimentalement (a et b) et par calcul éléments finis (c et d)

phases de la courbe d'écrouissage, mais il est aussi adapté à d'autres classes de matériaux métalliques [Rasmussen 03]. Le modèle est généralement présenté sous la forme suivante :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + p \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^n \quad (4.48)$$

où E est le module d'Young initial, σ_p une contrainte test généralement prise égale à la limite d'élasticité du matériau et amenant une déformation plastique p , et n un paramètre qui détermine la sévérité de la courbure de la courbe contrainte déformation. Ce modèle est intégré au code de calcul Abaqus utilisé pour résoudre le problème direct. Il est présenté sous la forme suivante :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\alpha}{E} \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^n \sigma \quad (4.49)$$

où σ est la contrainte, ε la déformation, E le module d'Young initial. α est un paramètre appelé « Yield offset » qui correspond à la déformation atteinte lorsque la contrainte atteint la limite élastique soit : $\sigma = \sigma_0 \rightarrow \varepsilon = (1 + \alpha) \sigma_0 / E$. n est un exposant traduisant l'écrouissage du matériau ($n > 1$).

Quel que soit le niveau de contrainte, ce type de modèle est non linéaire, mais pour des valeurs courantes de l'exposant n de l'ordre de 5 ou plus, la non linéarité devient significative seulement si la contrainte approche ou dépasse la limite élastique σ_0 .

Nous observons qu'à partir du moment où l'on connaît le comportement élastique d'un matériau, identifier pour ce dernier le modèle de Ramberg-Osgood, revient à identifier les trois paramètres σ_0 , n et α .

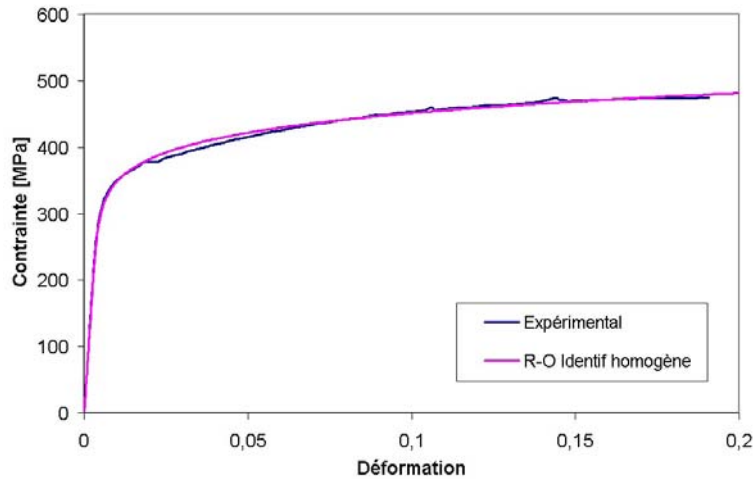


FIG. 4.9 – Courbe contrainte déformation expérimentale de l'aluminium 2024 T4 et modèle de Ramberg-Osgood par identification homogène du modèle analytique

Afin d'évaluer l'aptitude de notre application à identifier un modèle de comportement non linéaire nous avons utilisé le même essai de traction que précédemment. Pour avoir une référence quant à la comparaison des paramètres identifiés, nous avons dans un premier temps conduit une identification à partir du traitement de l'essai comme homogène. Pour cela nous avons utilisé la courbe de traction de notre éprouvette instrumentée au moyen d'un extensomètre. A partir de la courbe contrainte déformation, nous avons formé à l'aide du modèle analytique (équation 4.49), une fonction coût utilisant la somme du carré des écarts entre la courbe expérimentale et le modèle analytique. La minimisation de la fonction coût par la méthode de Newton a permis d'obtenir un jeu initial de paramètres pour

le modèle (Tableau 4.3). La figure 4.9 montre sur un même graphe la courbe contrainte déformation expérimentale et la courbe issue de l'identification homogène du modèle analytique. Les deux courbes sont proches, et la fonction écart qui mesure la distance entre elles a pour valeur 0,022.

Pour l'identification par recalage de modèle éléments finis, nous avons considéré acquises les propriétés élastiques précédemment identifiées ($E = 73089 \text{ MPa}$, $\nu = 0,332$). Deux stratégies ont été mises en œuvre : la première considérant une limite élastique expérimentale mesurée égale à 300 MPa , la seconde laissant libre ce paramètre. Ainsi, dans le premier cas nous n'avons que deux paramètres à identifier (puisque $\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$), dans le second cas nous avons les trois paramètres du modèle.

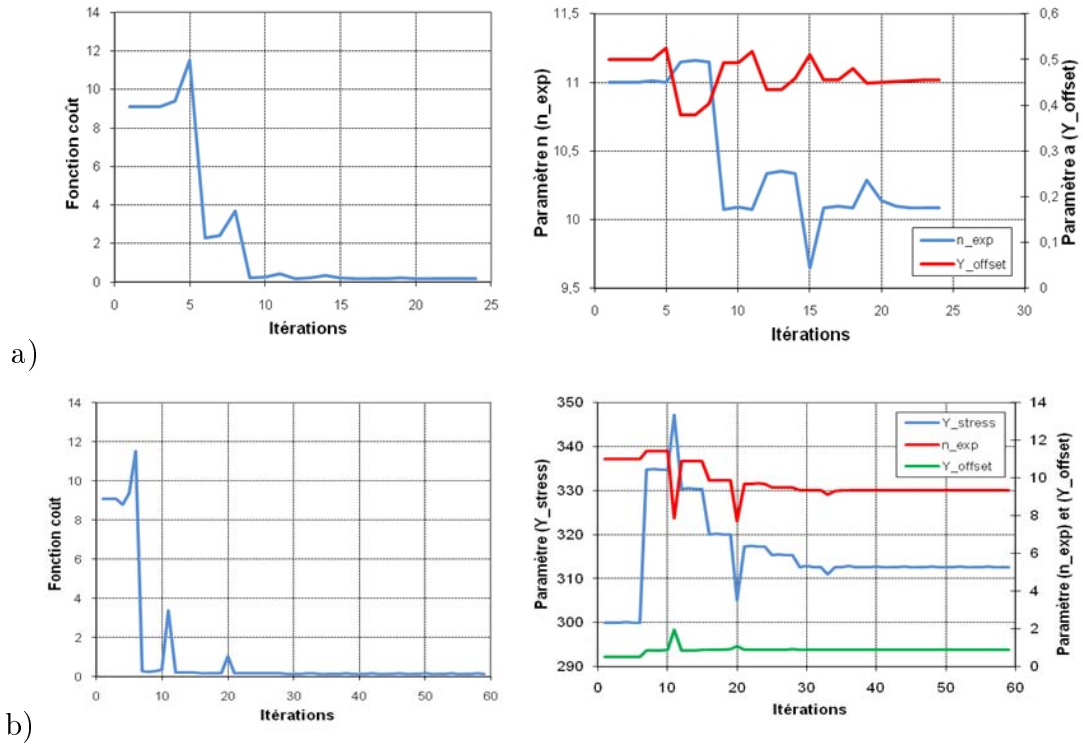


FIG. 4.10 – Évolution en fonction des itérations de la fonction coût et des paramètres identifiés, a) deux paramètres variables, b) trois paramètres variables. La correspondance des étiquettes de paramètre est : $\sigma_0 \rightarrow Y_stress$, $n \rightarrow n_exp$, $\alpha \rightarrow Y_offset$

La figure 4.10 présente pour les deux cas traités les évolutions de la fonction coût et des paramètres en fonction des itérations. Pour le cas présentant 3 paramètres à identifier, le nombre d'itérations nécessaire à la convergence, est quasiment trois fois plus important que pour le cas avec deux paramètres.

	σ_0 [MPa]	n	α	Écart/exp.
Identification homogène	300	11,1223	0,2447	0,022
Recalage numérique 2-paramètres	300	10,0842	0,4553	0,178
Recalage numérique 3-paramètres	312,5	9,3286	0,8801	0,161

TAB. 4.3 – Synthèse des résultats issus de l'identification des paramètres du modèle de plasticité de Ramberg-Osgood

Le tableau 4.3 regroupe l'ensemble des résultats des jeux des paramètres identifiés. La première ligne concerne l'identification paramétrique classique à partir d'un essai homogène, tandis que les deux autres sont relatives à l'identification par recalage éléments finis sur 2 et 3 paramètres respectivement pour la deuxième et la dernière ligne. Nous observons que l'ensemble des paramètres identifiés sont assez proches quelle que soit la méthode utilisée. La dernière colonne présente pour les trois identifications la mesure de l'écart entre les modèles et l'expérience. Ces écarts faibles sont le reflet de la bonne superposition des courbes résultats des modèles présentées sur la figure 4.11.

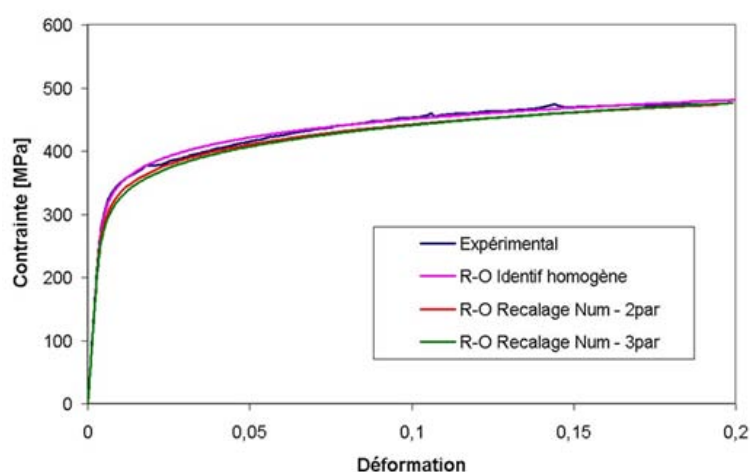


FIG. 4.11 – Présentation des différentes courbes contrainte déformation construites à partir du modèle de Ramberg-Osgood dont les paramètres ont été identifiés pour l'aluminium 2024 T4

4.6 Conclusion

L'évolution des techniques de mesures de champs cinématiques a favorisé le développement de nombreuses techniques d'identification par méthodes inverses. Parmi celles-ci, la méthode des champs virtuels et la méthode de recalage par éléments finis semblent être les plus adaptées à l'identification de paramètres pilotant des lois de comportement. Si la pre-

mière s'avère très efficace, en terme de temps de calcul notamment puisque non-itérative, elle reste néanmoins difficilement applicable pour les problèmes non-linéaires.

La méthode de recalage par éléments finis demeure, quant à elle, une technique robuste et facilement généralisable. Elle a été mise en œuvre avec succès dans ce chapitre pour identifier les paramètres élastiques puis plastiques de la loi de comportement d'un alliage d'aluminium 2024 T4. Une limitation de l'algorithme développé concerne la manipulation des gros volumes de données issues des mesures de champs. En effet la multiplicité de points de mesures et de pas de chargement tend à ralentir considérablement la progression du calcul. Ainsi les identifications ont été réalisées sur des volumes réduits de données. Un travail supplémentaire pour optimiser le code reste nécessaire.

Conclusion

Ce mémoire a présenté le travail de recherche contribuant à une meilleure compréhension des systèmes de mesures basées sur les méthodes optiques dimensionnelles comme la stéréo-corrélation d'images numériques, pour une plus grande maîtrise en terme d'utilisation et également en terme d'exploitation des résultats.

Dans un premier temps, nous avons réalisé dans le premier chapitre un tour d'horizon des différentes techniques de mesures de champs cinématiques, classées en trois familles selon la dimension de mesure réalisée. Nous avons choisi de nous intéresser à la corrélation et à la stéréo-corrélation d'images numériques, deux techniques très répandues. Une présentation détaillée ainsi que des exemples d'application sont présentés.

Le second chapitre est dédié à l'évaluation du système de corrélation d'images Aramis 2D. De nombreux paramètres liés à la transformation mécanique (déplacement rigide, traction/compression, cisaillement), liés au logiciel (taille de fenêtre, Step/Total), et liés à l'image (taille du mouchetis, bruit, contraste, saturation) sont testés à l'aide d'images synthétiques permettant un meilleur contrôle des paramètres. L'évaluation est basée sur l'analyse du *RMS* qui est une composition de l'écart-type et de la moyenne des erreurs, donc une composition de l'erreur aléatoire et de l'erreur systématique. L'analyse a été effectuée en global (calcul de l'erreur sur toute l'image) et en local (calcul de l'erreur par colonne à déformation et gradient de déformation constants) dans le cas de la transformation en traction/compression. L'influence de la déformation, accessible en global, du gradient de déformation, accessible en local, et de la taille de la fenêtre de corrélation a été mise en évidence et a permis d'évaluer la précision du système pour la mesure des déplacements et le calcul des déformations associées. Nous avons pu révéler la prépondérance de l'erreur aléatoire lors de l'analyse globale et de l'erreur systématique pour l'analyse locale.

Dans le troisième chapitre nous avons évalué le système de stéréo-corrélation d'images Aramis 3D. La stéréovision permettant la reconstruction 3D, le système de stéréo-corrélation a été évalué à travers une étude de sensibilité. Cette étude a été réalisée à l'aide d'images

réelles d'un objet étalon et par ajustement au sens des moindres carrés du cylindre théorique à partir du nuage de points mesurés, l'erreur de reconstruction a pu être déterminée. L'analyse des résultats obtenus avec différentes configurations du capteur de stéréovision a permis de mettre en évidence l'influence de paramètres liés au capteur (distance entre les caméras, distance entre le système stéréoscopique et l'objet, angle formé par les deux caméras) et au logiciel (taille de la fenêtre de corrélation). Afin de tester le système de stéréo-corrélation dans son intégralité, c'est-à-dire en combinant la stéréovision et la corrélation d'images, nous avons extrapolé la méthodologie adoptée pour l'analyse 2D. Les images synthétiques utilisées précédemment ont été acquises par les caméras placées judicieusement, permettant alors une étude paramétrique similaire à l'analyse réalisée en 2D et une étude comparative entre la corrélation d'images et la stéréo-corrélation d'images. En utilisant les informations fournies par ces différentes études, et notamment la précision du système pour la mesure des déplacements et le calcul des déformations en stéréo-corrélation, nous avons proposé un outil d'aide à l'utilisation de ces techniques expérimentales. Cet outil a pour but de faciliter la préparation et la réalisation d'un essai utilisant la corrélation d'images ou la stéréo-corrélation d'images. Bien qu'ayant été conçu à partir d'essais réalisés avec le système Aramis, il est néanmoins adaptable à d'autres logiciels, voire à d'autres techniques de mesures sans contact.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à l'exploitation des résultats issus des mesures de champs. Des techniques d'identification paramétrique ont été développées dans le but de profiter du plus grand nombre d'informations disponibles. Parmi celle-ci, la méthode des champs virtuels et la méthode de recalage par éléments finis s'avèrent être les plus répandues et les plus adaptées à une identification de paramètres pilotant une loi de comportement. La première, basée sur l'écriture du principe des travaux virtuels utilise des champs virtuels spécifiques et judicieusement choisis, et permet d'identifier des paramètres de façon directe sans itération. La deuxième technique utilisée, la méthode de recalage par éléments finis reste la plus couramment rencontrée. Bien que coûteuse en terme de temps de calcul, elle est facilement généralisable. Afin d'illustrer ces deux méthodes, une application est présentée dans le cas d'une identification des paramètres élastiques pour la méthode des champs virtuels et pour une identification élasto-plastique avec la méthode de recalage par éléments finis.

Les travaux présentés dans ce mémoire ouvrent la voie à des développements futurs.

Concernant la partie caractérisation et évaluation des systèmes de mesure, nous pouvons envisager de nombreuses pistes de recherche. En effet, l'étude paramétrique réalisée en corrélation d'images et en stéréo-corrélation d'images pourrait être étendue à d'autres paramètres tels que le bruit, les objectifs, En stéréo-corrélation d'images, les moyens

disponibles ne nous ont pas permis de réaliser une étude à partir d'images synthétiques, excepté les particularités du logiciel Aramis 3D, le développement d'un outil de création de paires d'images stéréoscopiques est nécessaire (mouchetis et plaque de calibrage). Une étude en stéréo-corrélation à partir d'images synthétiques permettrait d'isoler les différents paramètres restés souvent liés lors de la mise en place de la méthodologie proposée ici pour évaluer le système Aramis. Une étude plus approfondie serait alors possible afin d'évaluer le système de stéréovision à partir d'images synthétiques pour déterminer l'influence du calibrage sur la mesure, et la précision du système sur des transformations mécaniques hors plan.

Concernant la partie identification à partir de mesures de champs, suite à la première approche mise en place, il reste de nombreuses pistes à explorer. Pour la méthode de recalage de modèles éléments finis, il serait intéressant d'évaluer la performance de l'algorithme et d'accroître sa capacité à traiter entièrement les données expérimentales. Sur le traitement numérique, augmenter la précision du recalage des nuages de points numériques et expérimentaux pourrait accroître les performances de l'application. D'autres pistes concernent l'examen d'autres types de comportement à identifier comme l'élasticité anisotrope. Un dernier point important est relatif à la capacité d'identifier le comportement quelconque tridimensionnel d'un matériau ou d'une structure à partir d'un essai quelconque tridimensionnel.

Bibliographie

- [Abbassi 07] F. Abbassi, O. Pantale, S. Mistou, A. Zghal & R. Rakotomalala. *L'étude de comportement élastoplastique anisotrope de tôle d'emboutissage par l'utilisation de corrélation d'image (DIC)*. 2ème congrès International Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, Monastir, Tunisia, 2007.
- [Amiot 04] F. Amiot, F. Hild & J.P. Roger. *Mesure du champ de déplacement de microleviers sous chargement électrostatique pour l'identification de leurs propriétés élastiques*. Colloque Photomécanique 2004, page 49, 2004.
- [Andresen 99] K. Andresen. *Strain tensor for large three-dimensional surface deformation of sheet metal from an object grating*. Experimental Mechanics, vol. 39, no. 1, pages 30–35, March 1999.
- [Andrieux 97] S. Andrieux, A. Ben Abda & D. Bui. *Sur l'identification de fissures planes via le concept d'écart à la réciprocité en élasticité*. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 1, Mathématique, 1997.
- [Ara 06] *Aramis software*. GOM Optical Measuring Techniques, vol. <http://www.gom.com/EN/index.html>, 2006.
- [Avril 02] S. Avril. *Application des méthodes de mesure de champs à la caractérisation mécanique de poutre en béton armé réparées par matériaux composites*. Thèse de doctorat, Ecole nationale supérieure des Mines de Saint-Etienne et Université Jean Monnet, 2002.
- [Avril 08] Stéphane Avril, Marc Bonnet, Anne-Sophie Bretelle, Michel Grédiac, François Hild, Patrick Ienny, Félix Latourte, Didier Lemosse, Stéphane Pagano, Emmanuel Pagnacco & Fabrice Pierron. *Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements*. Experimental Mechanics, vol. 48, no. 4, pages 381–402, August 2008.

- [Bay 99] B. Bay, T. Smith, D. Fyhrie & M. Saad. *Digital volume correlation : Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography*. Experimental Mechanics, vol. 39, no. 3, pages 217–226, September 1999.
- [Berthaud 97] Y. Berthaud, J. M. Torrenti & C. Fond. *Analysis of localization in brittle materials through optical techniques*. Experimental Mechanics, vol. 37, no. 2, pages 216–220, June 1997.
- [Bilek 04] A. Bilek, J.C. Dupré, F. Bremand & A. Ouibrahim. *Studies of contact problems by 3D photoelasticity, comparison with finite element analysis*. International Conference on Experimental Mechanics (ICEM'12), vol. Bari (Italie), 2004.
- [Bonnet 03] Marc Bonnet, Hui Duong Bui & Andrei Constantinescu. *Principes variationnels et exploitation de mesures de champs en élasticité*. Mécanique & Industries, vol. 4, no. 6, pages 687–697, 2003.
- [Bornert 04] M. Bornert, P. Doumalin & E. Maire. *Mesure tridimensionnelle des champs de déformation par corrélation d'images microtomographiques*. Colloque Photomécanique 2004, page 33, 2004.
- [Bornert 06] M. Bornert. *Resolution and spatial resolution of digital image correlation techniques*. Photomechanics 2006, vol. Clermont-Ferrand (France), 2006.
- [Bornert 09] M. Bornert, F. Brémand, P. Doumalin, J.C. Dupré, M. Fazzini, M. Grédiac, F. Hild, S. Mistou, J. Molimard, J.J. Orteu, L. Robert, Y. Sirel, P. Vacher & B. Wattrisse. *Assessment of Digital Image Correlation software packages*. Experimental Mechanics, vol. 49(3), pages 353–370, 2009.
- [Breque 04] Cyril Breque, Jean-Christophe Dupre & Fabrice Bremand. *Calibration of a system of projection moiré for relief measuring : biomechanical applications*. Optics and Lasers in Engineering, vol. 41, no. 2, pages 241 – 260, 2004.
- [Bui 93] H. D. Bui. *Introduction aux problèmes inverses en mécanique des matériaux*. Editions Eyrolles, 1993.
- [Cazajus 06] V. Cazajus, S. Mistou & M. Karama. *Losipescu shear test on carbon /epoxy composites*. 12th European Conference on Composite Materials, ECCM 12, vol. 01 46 B32 6330, 2006.
- [Chalal 05] H. Chalal. *Identification numérique et expérimentale de loi de comportement non-linéaires de matériaux composites à partir de mesures de*

- champs cinématiques*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Châlon-en-Champagne, 2005.
- [Chambon 03] S. Chambon & A. Crouzil. *Dense matching using correlation : new measures that are robust near occlusions*. Proceedings of British Machine Vision Conference (BMVC'2003), East Anglia, Norwich, UK, pages 143–152, 2003.
- [Chen 00] T. Y. Chen. *Digital Photoelasticity*. Photomechanics, pages 197–232, 2000.
- [Choi 97] S. Choi & S. P. Shah. *Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation*. Experimental Mechanics, vol. V37, no. 3, pages 307–313, September 1997.
- [Claire 02] D. Claire, F. Hild & S. Roux. *Identification of damage fields using kinematic measurements*. Comptes Rendus Mécanique, vol. 330, no. 11, pages 729–734, November 2002.
- [Claire 03] Damien Claire, Stephane Roux & Francois Hild. *Identification de conductivités thermiques et de propriétés élastiques locales par analyse de champs*. Mécanique & Industries, vol. 4, no. 6, pages 655–665, 2003.
- [Compston 06] P. Compston, M. Styles & S. Kalyanasundaram. *Low Energy Impact Damage Modes in Aluminum Foam and Polymer Foam Sandwich Structures*. Journal of Sandwich Structures and Materials, vol. 8, pages 365–379, 2006.
- [Cooreman 08] Steven Cooreman. *Identification of the plastic material behaviour through full-field displacement measurements and inverse methods*. Thèse de doctorat, Vrije Universiteit Brussel, 2008.
- [Cornille 05] N. Cornille. *Accurate 3D Shape and Displacement Measurement using a Scanning Electron Microscope*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines d'Albi-Carmaux et Université de Caroline du Sud, 2005.
- [Davies 01] P. A. Davies & V. Randle. *Combined application of electron backscatter diffraction and stereo-photogrammetry in fractography studies*. Journal of Microscopy, vol. 204, no. 1, pages 29–38, 2001.
- [Doumalin 00] P. Doumalin. *Microextensométrie Locale par Corrélation d'Images Numériques*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2000.
- [Doumalin 04] P. Doumalin, J. Drouot & J.C. Dupré. *Mesure du champ de déformation par corrélation d'images tridimensionnelles : application aux matériaux transparents*. Colloque Photomécanique 2004, page 17, 2004.

- [Dupré 97] J. Dupré & A. Lagarde. *Photoelastic analysis of a three-dimensional specimen by optical slicing and digital image processing*. Experimental Mechanics, vol. 37, no. 4, pages 393–397, December 1997.
- [Fazzini 07a] M. Fazzini, S. Mistou, M. Karama, B. Desmars & P. Peres. *Identification of elastomers by Digital Image Correlation*. 5th European Conference On Constitutive Models for Rubber (ECCMR), 2007.
- [Fazzini 07b] M. Fazzini, T. Wehbe, G. Dessen, L. Arnaud & S. Seguy. *Stéréo-corrélation d'image : Application aux vibrations d'une paroi mince en usinage*. Colloque Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie, CMOI, 2007.
- [Françon 86] M. Françon. *L'optique moderne et ses développements depuis l'apparition du laser*. Hachette, CNRS, Paris, 1986.
- [Garcia 01a] D. Garcia. *Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
- [Garcia 01b] D. Garcia & J.-J. Orteu. *3D Deformation Measurement using Stereo-correlation applied to Experimental Mechanics*. Proceeding of 10th FIG International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, 2001.
- [Garcia 01c] D. Garcia, J.J. Orteu & M. Devy. *Accurate Calibration of a Stereo-vision Sensor for 3D Metrology Applications*. Rapport de recherche EMAC/LAAS-CNRS, 2001.
- [Garcia 02] D. Garcia, J. J. Orteu & L. Penazzi. *A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements : application to sheet metal forming*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 125-126, pages 736–742, September 2002.
- [Geers 96] M. G. D. Geers, I. R. De Borsts & W. A. M. Brekelmans. *Computing strain fields from discrete displacement fields in 2d-solids*. International Journal of Solids and Structures, vol. 33(29), pages 4293–4307, 1996.
- [Germaneau 07] A. Germaneau. *Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayon X. Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2007.

- [Geymonat 02] Giuseppe Geymonat, Francois Hild & Stephane Pagano. *Identification of elastic parameters by displacement field measurement*. Comptes Rendus Mecanique, vol. 330, no. 6, pages 403–408, 2002.
- [Grédiac 89] M. Grédiac. *Principe des travaux virtuels et identification*. Comptes rendus de l’académie des sciences. Série 2, vol. 309, page 1, 1989.
- [Grédiac 90] M. Grédiac & A. Vautrin. *A new method for determination of bending rigidities of thin anisotropic plates*. Journal of Applied Mechanics, vol. 57, pages 964–968, 1990.
- [Grédiac 96a] M. Grédiac. *On the direct determination of invariant parameters governing anisotropic plate bending problems*. International Journal of Solids and Structures, vol. 33(27), pages 3969–3982, 1996.
- [Grédiac 96b] M. Grédiac & P.-A. Paris. *Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis : theoretical and numerical aspects*. Journal of Sound and Vibration, vol. 195(3), pages 401–415, 1996.
- [Grédiac 02] M. Grédiac, E. Toussaint & F. Pierron. *Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1–Principle and definition*. International Journal of Solids and Structures, vol. 39, pages 2691–2705, 2002.
- [Grédiac 06] M. Grédiac & F. Pierron. *Applying the Virtual Fields Method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters*. International Journal of Plasticity, vol. 22(4), pages 602–627, 2006.
- [Guo 07] Baoqiao Guo. *Identification simultanée des paramètres de rigidité et d’amortissement de plaques isotropes minces en vibration par la méthode des champs virtuels*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers Châlon-en-Champagne, 2007.
- [Horn 81] B. Horn & B. Schunk. *Determining Optical Flow*. Artificial intelligence, vol. 17, pages 185–202, 1981.
- [Jacobsson 04] L. Jacobsson & B. Enqvist. *Deformation measurement on rock specimen during Brazilian test using White Light Speckle Photography*. SP Swedish National Testing and Research Institute, no. 2004 :38, 2004.
- [Jessop 52] H.T. Jessop & F.C. Harris. *Photoélasticité*. Dunod, Paris, 1952.
- [Karama 06] M. Karama & B. Lorrain. *Modélisation numerique et expérimentale du comportement de structures sandwich*. Mécanique & Industries, vol. 7, pages 39–48, 2006.

- [Kavanagh 71] K.T. Kavanagh & R.W. Clough. *Finite element applications in the characterization of elastic solids*. International Journal of Solids and Structures, vol. 7, pages 11–23, 1971.
- [Kim 07] J.H. Kim, F. Pierron, M.R. Wisnom & K. Syed-Muhamad. *Identification of the local stiffness reduction of a damaged composite plate using the virtual fields method*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, vol. 38(9), pages 2065–2075, 2007.
- [Kleiner mann 00] J. P. Kleiner mann. *Identification paramétrique et optimisation des procédés de mise à forme par problèmes inverses*. Thèse de doctorat, Université de Liège, 2000.
- [Laermann 00] K.H. Laermann. *Optical methods in experimental solid mechanics*. Springer, New York, 2000.
- [Larsson 04] Linda Larsson, Mikael Sjö dahl & Fredrik Thuvander. *Microscopic 3-D displacement field measurements using digital speckle photography*. Optics and Lasers in Engineering, vol. 41, no. 5, pages 767–777, May 2004.
- [Latourte 07] Félix Latourte, André Chrysochoos, Stéphane Pagano & Bertrand Wattrisse. *Identification élastoplastique locale à l’aide d’une méthode variationnelle*. 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, pages –, 2007.
- [Le Magorou 02] L. Le Magorou, F. Bos & F. Rouger. *Identification of constitutive laws for wood-based panels by means of an inverse method*. Composites Science and Technology, vol. 62, no. 4, pages 591–596, March 2002.
- [Lecompte 06] D. Lecompte, J. Vantomme & H. Sol. *Crack Detection in a Concrete Beam using Two Different Camera Techniques*. Structural Health Monitoring, vol. 5, no. 1, pages 59–68, March 2006.
- [Lecompte 07] David Lecompte, Arwen Smits, Hugo Sol, John Vantomme & Danny Van Hemelrijck. *Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens*. International Journal of Solids and Structures, vol. 44, pages 1643–1656, 2007.
- [Leendertz 73] J.A. Leendertz & J.N. Butters. *An image-shearing speckle-pattern interferometer for measuring bending moments*. Journal of Physics E : Scientific Instruments, vol. 6, no. 11, pages 1107–1110, 1973.

- [Levenberg 44] K. Levenberg. *A method for the solution of certain problems in least squares*. Quart. Appl. Math, vol. 2, pages 164–168, 1944.
- [Li 06] W. Li, F.S. Marzani, Y. Voisin & F. Boochs. *Calibrage d'un système stéréoscopique actif*. MAJECSTIC, Lorient, France, 2006.
- [Lockwood 99] W. D. Lockwood & A. P. Reynolds. *Use and Verification of Digital Image Correlation for Automated 3-D Surface Characterization in the Scanning Electron Microscope*. Materials Characterization, vol. 42, no. 2-3, pages 123–134, February 1999.
- [Marzani 02] Franck S. Marzani, Yvon Voisin, Lew F. C. Lew Yan Voon & Alain Diou. *Calibration of a three-dimensional reconstruction system using a structured light source*. Optical Engineering, vol. 41, no. 2, pages 484–492, 2002.
- [Meunier 08] L. Meunier, G. Chagnon, D. Favier, L. Orgéas & P. Vacher. *Mechanical experimental characterisation and numerical modelling of an unfilled silicone rubber*. Polymer Testing, vol. 27, no. 6, pages 765 – 777, 2008.
- [Mistou 04] S. Mistou, M. Karama, B. Desmars, P. Peres, E. Piron & P. Heuillet. *Application de la méthode de stéréocorrélation d'images à la caractérisation des élastomères en grandes déformations*. Photomécanique, vol. 4, pages 147–166, 2004.
- [Molimard 05] J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin & J.R. Lee. *Identification of the Four Orthotropic Plate Stiffnesses Using a Single Open-hole Tensile Test*. Experimental Mechanics, vol. 45(5), pages 404–411, 2005.
- [Morimoto 94] Y. Morimoto, Y. Morimoto Jr. & T. Hayashi. *Separation of Isochromatics and Isoclinics Using Fourier Transform*. Experimental Techniques, vol. 18, pages 13–17, 1994.
- [Mulle 09] M. Mulle, R. Zitoune, F. Collombet, L. Robert & Y.-H. Grunevald. *Embedded FBGs and 3-D DIC for the stress analysis of a structural specimen subjected to bending*. Composite Structures, vol. 91, no. 1, pages 48 – 55, 2009.
- [Nam 04] T.H. Nam. *Mechanical properties of the composite material with elastomeric matrix reinforced by textile cords*. Thèse de doctorat, Technical University of Liberec, Czech Republic, 2004.
- [Orteu 97] J.J. Orteu, V. Garric & M. Devy. *Camera calibration for 3D reconstruction : application to the measure of 3D deformations on sheet*

- metal parts*. SPIE Proceedings of European Symposium on Lasers, Optics and Vision in Manufacturing (EUROPTO), Munich, Germany, vol. 3101, 1997.
- [Orteu 06] J.J. Orteu, D. Garcia, L. Robert & F. Bugarin. *A speckle-texture image generator*. Proceedings of the Speckle'06 International Conference, 2006.
- [Orteu 07a] J.-J. Orteu. *Digital Image Correlation (DIC) Error Assessment*. SEM Conference on Experimental and Applied Mechanics, vol. Springfield, Massachusetts (USA), 2007.
- [Orteu 07b] J.-J. Orteu & L. Robert. *Estimation of digital image correlation (DIC) performances*. International Conference on Experimental Mechanics (ICEM'13), vol. Alexandroupolis (Greece), 2007.
- [Orteu 09] Jean-José Orteu. *3-D computer vision in experimental mechanics*. Optics and Lasers in Engineering, vol. 47, no. 3-4, pages 282–291, 2009.
- [Owolabi 06] Gbadebo M. Owolabi & Meera N.K. Singh. *A comparison between two analytical models that approximate notch-root elastic-plastic strain-stress components in two-phase, particle-reinforced, metal matrix composites under multiaxial cyclic loading : experiments*. International Journal of Fatigue, vol. 28, no. 8, pages 918–925, August 2006.
- [Padmanabhan 06] S. Padmanabhan, J. Hubner, A. Kumar & P. Ifju. *Load and Boundary Condition Calibration Using Full-field Strain Measurement*. Experimental Mechanics, vol. 46, no. 5, pages 569–578, October 2006.
- [Patterson 91] E.A. Patterson & Z.F. Wang. *Towards full field automated photoelastic analysis of complex components*. Strain, vol. 27, pages 49–53, 1991.
- [Pierron 00] Fabrice Pierron, Sergei Zhavoronok & Michel Grediac. *Identification of the through-thickness properties of thick laminated tubes using the virtual fields method*. International Journal of Solids and Structures, vol. 37, no. 32, pages 4437–4453, August 2000.
- [Post 00] D. Post, B. Han & P.r G. Ifju. *Moiré Methods for Engineering and Science - Moiré Interferometry and Shadow Moiré*. Photomechanics, pages 151–196, 2000.
- [Périé 02] Jean-Noel Périé, Sylvain Calloch, Christophe Cluzel & François Hild. *Analysis of a multiaxial test on a C/C composite by using digital image*

- correlation and a damage model*. Experimental Mechanics, vol. 42, no. 3, pages 318–328, 2002.
- [Rasmussen 03] Kim J.R. Rasmussen. *Full-range stress-strain curves for stainless steel alloys*. Journal of Constructional Steel Research, vol. 59, pages 47–61, 2003.
- [Rastogi 00] P. K. Rastogi. *Principles of Holographic Interferometry and Speckle Metrology*. Photomechanics, pages 103–150, 2000.
- [Rastogi 01] P.K. Rastogi. *Digital speckle pattern interferometry and related techniques*. Chichester , J. Wiley & sons, 2001.
- [Robert 07] L. Robert, F. Nazaret, T. Cutard & J.-J. Orteu. *Use of 3-D Digital Image Correlation to Characterize the Mechanical Behavior of a Fiber Reinforced Refractory Castable*. Experimental Mechanics, vol. 47, no. 6, pages 761–773, December 2007.
- [Schmidt 03] T. Schmidt, J. Tyson & K. Galanulis. *Full-Field Dynamic Displacement and Strain measurement using advanced 3D image correlation photogrammetry*. Experimental Techniques, vol. 27, no. 3, pages 47–50, 2003.
- [Schreier 00] H. W. Schreier, J. R. Braasch & M. A. Sutton. *Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation*. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, vol. 39(11), no. 3, pages 2915–2921, June 2000.
- [Schreier 02] Hubert Schreier & Michael Sutton. *Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions*. Experimental Mechanics, vol. 42, no. 3, pages 303–310, September 2002.
- [Schreier 04] H. W. Schreier, D. Garcia & M. A. Sutton. *Advances in light microscope stereo vision*. Experimental Mechanics, vol. V44, no. 3, pages 278–288, June 2004.
- [Smigielski 84] P. Smigielski. *Holographie industrielle*. Teknéa ed., Toulouse, 1984.
- [Smigielski 98a] P. Smigielski. *Holographie optique, Principes*. Techniques de l'Ingénieur, traité Sciences fondamentales, vol. AF 3340, 1998.
- [Smigielski 98b] P. Smigielski. *Interférométrie holographique, Principes*. Techniques de l'Ingénieur, traité Sciences fondamentales, vol. AF 3345, 1998.
- [Smigielski 01] P. Smigielski. *Interférométrie de speckle*. Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et contrôle, vol. R 6331, 2001.

- [Surrel 00] Y. Surrel. *Fringe Analysis*. Photomechanics, pages 55–102, 2000.
- [Sutton 00] M. A. Sutton, S. R. McNeill, J. D. Helm & Y. J. Chao. *Advances in Two-Dimensional and Three-Dimensional Computer Vision*. Photomechanics, pages 323–372, 2000.
- [Vanclooster 09] K. Vanclooster, S.V. Lomov & I. Verpoest. *Experimental validation of forming simulations of fabric reinforced polymers using an unsymmetrical mould configuration*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, vol. 40, no. 4, pages 530 – 539, 2009.
- [Violettes 05] P. Violettes. *Simulation numérique et expérimentale du comportement mécanique des ballons pressurisés stratosphériques*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace, 2005.
- [Violettes 06] P. Violettes, J.-M. Siguier, P. Guigue, M. Karama, S. Mistou, O. Dalverny, S. Granier & F. Petitjean. *Experimental and numerical simulation of super-pressure balloon apex section : Mechanical behavior in realistic flight conditions*. Advances in Space Research, vol. 37, no. 11, pages 2082–2086, 2006.
- [Wattrisse 99] B. Wattrisse. *Etude cinématique de localisation dans les aciers par intercorrélation d’images de granularité*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 1999.
- [Wehbe 07] T. Wehbe, S. Seguy, G. Dessein, L. Arnaud & M. Fazzini. *Mesure de champs de déplacements en vibrations : Application à l’usinage de paroi mince*. 18^e Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 2007.
- [Zenina 98] A. Zenina. *Analyse par photoélasticimétrie d’une pièce tridimensionnelle : modélisations et expérimentations*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1998.
- [Zenina 99] Abderrahmane Zenina, Jean-Christophe Dupré & Alexis Lagarde. *Separation of isochromatic and isoclinic patterns of a slice optically isolated in a 3-D photoelastic medium*. European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 18, no. 4, pages 633 – 640, 1999.

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

DÉLIVRÉ PAR : INP Toulouse

ECOLE DOCTORALE : MEGeP

AUTEUR : Marina FAZZINI

DIRECTEUR DE THÈSE : Sébastien MISTOU

TITRE : Développement de méthodes d'intégration des mesures de champs

RÉSUMÉ :

Les mesures optiques dimensionnelles sont des techniques en plein essor dont la maîtrise et l'exploitation soulèvent encore de nombreuses questions. Pour une meilleure compréhension d'un système de mesure par stéréo-corrélation d'images, des études de caractérisation et d'évaluation de l'erreur de mesure en corrélation à partir d'images synthétiques et en stéréovision à partir d'images réelles ont été réalisées. Les résultats mettent en avant l'influence de plusieurs paramètres : fenêtre de corrélation, déformation et gradient de déformation. La dernière partie de l'étude est consacrée à l'identification de comportements constitutifs à partir des mesures de champs. Deux méthodes sont mises en œuvre : la méthode des champs virtuel pour l'identification des paramètres élastiques d'un matériau et l'identification paramétrique par recalage éléments finis pour le cas des comportements élasto-plastiques.

MOTS-CLÉS : Corrélation d'Images Numériques, Stéréo-corrélation, Méthodes optiques, Mesures de champs, Identification paramétrique, Méthodes inverses

TITLE : Methods development for full-field measurement integration

ABSTRACT :

The optical dimensional measurements are emergent techniques whose control and exploitation still address many questions. For a better understanding of the stereo-correlation measurement systems, studies are made to characterize and assess the digital image correlation measurement error by the way of synthetic images. The stereovision characterization is made using real images. The results highlight the influence of several parameters : subset size, strain and strain gradient. The last part of this study is devoted to the identification of constitutive behaviour law using full-field measurements. Two identification methods are used : the virtual fields method to determine the elastic parameters of a material and the finite element model updating method to identify the elasto-plastic behaviour law.

KEYWORDS : Digital Image Correlation, Stereo-correlation, Optical methods, Full-Field Measurements, Parametric Identification, Inverse Methods

Laboratoire Génie de Production de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

47, Avenue d'Azereix, BP 1629, 65016 TARBES Cedex